

الف) $y^3 - 12x^2 = 12x - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 12x^2 + 12x - 1 \\ y_2^3 = 12x^2 + 12x - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2 \checkmark$ تابع است. (۲)

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = y \cos \frac{\pi}{2} = 0 \rightarrow \cos y = 0 \rightarrow y = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$
 یکتا بودن مقدار برای y تابع نیست. x

ج) $x^2 + y^2 + 12xy = xy \rightarrow x^2 + y^2 - 11xy = 0 \quad (x-y)^2 = 0 \rightarrow x = y \checkmark$ تابع است.

د) $xy^2 + 12x - y^3 - 12y = 0 \rightarrow x(y^2 + 12) - y(y^2 + 12) = 0 \rightarrow (y^2 + 12)(x - y) = 0 \rightarrow x = y \checkmark$ تابع است.

الف) $|y| + x^2 = 2y \rightarrow y \geq 0 \quad y = x^2 \quad y < 0 \quad 3y = x^2 \rightarrow y = \frac{x^2}{3} \rightarrow$ همواره مثبت. (۲)

ب) $[y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \rightarrow 1 \leq y < 2 \checkmark$ به ازای یک x بینهایت مختلف داریم پس تابع نیست.

$f(x) = \begin{cases} 12x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 12x & 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad |x-1| \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \quad \text{یا} \quad x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1$ (۲)

$x=3 \xrightarrow{\text{در رابطه قرار دادن}} 12 - b = a + 12 \rightarrow a + b = 12 \checkmark$

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ $\begin{array}{c|cc} x & b & a \\ \hline y & - & + \end{array}$ $\xrightarrow{x=b} a - b^2 - b^2 = 0 \rightarrow a = 2b^2$ (۲)

$\xrightarrow{x=a} a - ab - a^2 = 0$

$\rightarrow a(1 - b - a) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=0 \\ 1 - b - a=0 \end{cases}$ $\rightarrow a + b = 1 \rightarrow a = 2b^2 \rightarrow 2b^2 + b - 1 = 0 \rightarrow b^2 + b - 1 = 0$

$\rightarrow b_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow a = 2 \checkmark \checkmark$ $\boxed{a+b=1}$

$b_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow$ غلط. $\rightarrow$ جواب ندارد. عضو حاشیه است.

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ $\begin{array}{c|cc} x & 2 & \\ \hline y & + & - \end{array}$ $\xrightarrow{\text{مقلوب شده}} a=0 \checkmark$ (۲)

$\xrightarrow{\text{ساده راسه}} b < 0 \rightarrow |b| = -b$

$x=2 \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow c = -2b \checkmark$ $\frac{2}{0} \rightarrow \frac{2}{-2b} = -\frac{1}{b} \rightarrow -\frac{1}{b} = -\frac{1}{b} \rightarrow b = b \checkmark$

$$\frac{x}{y} = \frac{r}{-y} + \frac{r}{y} \quad y = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b} + a} \rightarrow y = \sqrt{\frac{(r+a)x + rab}{x+b}} \xrightarrow{\text{بايد راسم باشه}} \rightarrow rab = 0 \rightarrow a = -r$$

$$y = \frac{n}{x-r} \quad \frac{x}{y} = \frac{r}{-y} + \frac{r}{y}$$

$$\rightarrow r+b=0 \rightarrow b = -r$$

الف) $y = \sqrt{x^3 - x}$ $x^3 - x > 0$ $x(x^2 - 1) > 0$ $\frac{x}{y} = \frac{-1}{-y} + \frac{0}{y} + \frac{1}{y}$ $D_y = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}}$ $\rightarrow |x|-1 > 0 \rightarrow |x| > 1 \rightarrow x > 1$
 $x < -1$
 $D_y = (1, +\infty) \cup (-\infty, -1)$

الف) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x|-x}}$ $\rightarrow |x| \neq [x]$ $x > 0$ $x \in \mathbb{Z} \rightarrow x - x = 0$
 $x < 0$ $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow x - [x] > 0$
 $x < 0$ $x \in \mathbb{Z} \rightarrow -x - x = -2x$ $x < 0$ $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow -x - [x] > 0$
 $D_y = \mathbb{R} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{R} - \mathbb{N}$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{زير راسم}} x \geq 0$
 $\xrightarrow{\text{جواب راسم نشي}} 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 81$
 $D = [0, 81]$

$y = \frac{1}{\sqrt{[rx + \frac{r}{r}] + [rx + \frac{r}{r}]}}$ $\rightarrow [rx + \frac{r}{r} - 1] + [rx + \frac{r}{r}] > 0 \rightarrow 2[rx + \frac{r}{r}] - 1 > 0$

$\rightarrow [rx + \frac{r}{r}] > \frac{1}{2} \rightarrow rx + \frac{r}{r} \geq \frac{1}{2} \rightarrow rx \geq \frac{1}{2} - \frac{r}{r}$
 $\rightarrow x \geq \frac{1}{r}$ $D = [\frac{1}{r}, +\infty)$

$y = \sqrt{1 - \log(rx - a)}$ $1: rx - a > 0 \rightarrow rx > a \rightarrow x > \frac{a}{r}$
 $2: 1 - \log(rx - a) \geq 0 \rightarrow \log(rx - a) \leq 1 \rightarrow rx - a \leq 10$
 $\rightarrow rx \leq 10 + a \rightarrow x \leq \frac{10 + a}{r}$

بنابراین: $D = (\frac{a}{r}, \frac{10 + a}{r}]$ $c - b = \frac{10 + a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{10}{r}$