

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2 \checkmark$ تابع است.

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = y \cos \frac{\pi}{2} = 0 \rightarrow \cos y = 0 \rightarrow y = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$
 یکتا بودن مقدار برای y تابع نیست x .

ج) $2x^2 + y^2 + 2xy = xy \rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \quad (x-y)^2 = 0 \rightarrow x = y \checkmark$ تابع است.

د) $2xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0 \rightarrow x = y \checkmark$ تابع است.

الف) $|y| + x^2 = 2y \rightarrow y \geq 0 \quad y = x^2 \quad y < 0 \quad 3y = x^2 \rightarrow y = \frac{x^2}{3}$
 همواره مثبت $\rightarrow$ تابع نیست.

ب) $[y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \rightarrow 1 \leq y < 2$
 به ازای یک x بینهایت مختلف داریم پس تابع نیست.

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad |x-1| \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \quad \text{یا} \quad x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1$

$x=3 \xrightarrow{\text{در رابطه قرار دادن}} 18 - b = a + 6 \rightarrow a + b = 12$

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$

x	b	a
y	$-q$	q

$\sim x=b \rightarrow a - b^2 - b^2 = 0 \rightarrow a = 2b^2$
 $x=a \rightarrow a - ab - a^2 = 0$

$\rightarrow a(1 - b - a) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=0 \\ 1 - b - a = 0 \end{cases}$
 $\rightarrow 1 - b - a = 0 \rightarrow a + b = 1 \rightarrow \begin{cases} a=2b^2 \\ a+b=1 \end{cases} \rightarrow 2b^2 + b - 1 = 0 \rightarrow b^2 + b - 1 = 0$
 $b_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow a = 2 \checkmark$
 $b_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}$
 غلط $\rightarrow$ جواب ندارد عضو حاد است.

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

x	2
y	q

$\xrightarrow{\text{مقلوب شده سطر را شده}} a=0$
 $b < 0 \rightarrow |b| = -b$

$x=2 \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$
 $\frac{2}{\sqrt{0 + 2b + c}} = \frac{2}{\sqrt{2b - 2b}} = \frac{2}{0} \rightarrow$ تعریف نشده

$$\frac{x}{y} = \frac{r}{-y} + \frac{r}{y} \quad y = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b} + a} \rightarrow y = \sqrt{\frac{(r+a)x + rab}{x+b}} \xrightarrow{\text{با بدیهه رانده باقیمانده}} \begin{cases} r+a=0 \\ a=-r \end{cases}$$

$$y = \frac{n}{x-r} \quad \frac{x}{y} = \frac{r}{-y} + \frac{r}{y} \rightarrow r+b=0 \rightarrow b=-r$$

الف) $y = \sqrt{x^3 - x}$ $x^3 - x > 0$ $x(x^2 - 1) > 0$ $\frac{x}{y} = \frac{-1}{-y} + \frac{0}{y} + \frac{1}{y}$ $D_y = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}}$ $\rightarrow |x|-1 > 0 \rightarrow |x| > 1 \rightarrow x > 1$
 $x < -1$
 $D_y = (1, +\infty) \cup (-\infty, -1)$

الف) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x|-x}}$ $\rightarrow |x| \neq [x]$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{Z} \rightarrow x - x = 0 \times$
 $x > 0$ $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow x - [x] > 0 \checkmark$
 $x < 0$ $x \in \mathbb{Z} \rightarrow -x - x = -2x \checkmark$ $x < 0$ $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow -x - [x] > 0 \checkmark$
 $D_y = \mathbb{R} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{R} - \mathbb{N}$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{بزرگترین جواب}} x \geq 0$
 $\xrightarrow{\text{کوچکترین جواب}} 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 81$
 $D = [0, 81]$

$y = \frac{1}{\sqrt{[rx + \frac{r}{f}] + [rx + \frac{r}{f}]}}$ $\rightarrow [rx + \frac{r}{f} - 1] + [rx + \frac{r}{f}] > 0 \rightarrow 2[rx + \frac{r}{f}] - 1 > 0$
 $\rightarrow [rx + \frac{r}{f}] > \frac{1}{2} \rightarrow rx + \frac{r}{f} \geq 1 \rightarrow rx \geq \frac{f}{r}$
 $\rightarrow x \geq \frac{f}{r}$ $D = [\frac{f}{r}, +\infty)$

$y = \sqrt{1 - \log(rx - a)}$ $1: rx - a > 0 \rightarrow rx > a \rightarrow x > \frac{a}{r}$
 $2: 1 - \log(rx - a) \geq 0 \rightarrow \log(rx - a) \leq 1 \rightarrow rx - a \leq 10$
 $\rightarrow rx \leq 10 + a \rightarrow x \leq \frac{10+a}{r}$
 $\therefore D = (\frac{a}{r}, \frac{10+a}{r}]$ $c - b = \frac{10+a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{10}{r}$