

۲۰

الف) $y^2 - 2x^2 = 2m - 1 \rightarrow y^2 = 2m^2 + 2m - 1$ $\begin{cases} y_1^2 = 2m^2 + 2m - 1 \\ y_2^2 = 2m^2 + 2m - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است

ب) $x \cos y - y \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = y \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + k\pi$ تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{r} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0 \rightarrow x+y = r\sqrt{xy} \Rightarrow x+y - r\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$ تابع است

د) $xy^2 + 2m - y^2 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y$ تابع است

الف) $|y| + x^2 = ry \rightarrow \begin{cases} y > 0 \rightarrow y = r x^2 \\ y < 0 \rightarrow ry = x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{r} \end{cases}$ تابع است

ب) $[y] + [x] = 1$

آریم جابجاء عددی بگذاریم، $y \in [0, 1]$ $\Rightarrow [y] + [1] = 1 \Rightarrow [y] = 0 \Rightarrow y \in [0, 1)$ تابع نیست

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & 0 < x < 2 \end{cases}$

$|x-1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3 \\ a + 2x & 0 < x < 2 \\ 2x^2 - b & x \leq -1 \end{cases} \xrightarrow{x=2} 12 - b = a + 4 \Rightarrow a + b = 12$ تابع است

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2} \rightarrow D_f = [b, a]$ $\frac{b}{-1} \frac{a}{+1} = -\frac{b}{1} + \frac{a}{1} = a - b$ تابع است

$P = \frac{c}{a} = \frac{a}{-1} = -a \Rightarrow a + b = -a \Rightarrow b = -1$ تابع است

$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-b)}{-1} = -b \Rightarrow a + b = -b \Rightarrow a + (-1) = -(-1) \Rightarrow a = 2$ تابع است

$y = \frac{r}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad D = (-\infty, 2)$ تابع است

$\sqrt{bx + c} > 0 \xrightarrow{x=2} 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b$ تابع است

$\frac{r}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{r}{\sqrt{ax^2 - 2bx - 2b}}$ تابع است

$$y = \sqrt{\frac{r_n + r}{n + b}} + a \quad D = (r, +\infty)$$

باید صبر کنیم و از آنجمله باید به هم وصل کنیم تا ریشه خارج باشد و در صورتی که عددی بزرگتر از صفر است
 ریشه را می‌توانیم با هم جمع کنیم. بنابراین در صورتی که ریشه را می‌توانیم با هم جمع کنیم $r + a = 0$ است باید صفر شود. $a = -r \leq r + a = 0$

$$\frac{r_n + r + a_n + ab}{n + b} = \frac{n(r + a) + r + ab}{n + b}$$

$$\Rightarrow n + b = 0 \Rightarrow r + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -r} \checkmark$$

$$\text{الف) } y = \sqrt{x^2 - x} \rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x - 1) \geq 0 \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\frac{-1}{-} \frac{0}{+} \frac{1}{-} \frac{+}{+} \Rightarrow \boxed{D_y = [-1, 0] \cup [1, +\infty)} \checkmark$$

$$\text{ب) } y = \frac{1}{\sqrt{|x| - 1}} \rightarrow \sqrt{|x| - 1} > 0 \Rightarrow |x| - 1 > 0 \Rightarrow |x| > 1 \rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\boxed{D_y = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)} \checkmark$$

$$\text{الف) } y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x] \quad \boxed{D_y = \mathbb{R} - \mathbb{N}} \checkmark$$

$$\text{ب) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{y} \geq 0 \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81 \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{D_y = [0, 81]} \checkmark$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{[x - \frac{1}{x}] + [x + \frac{x}{x}]}} \rightarrow \sqrt{[x - \frac{1}{x}] + [x + \frac{x}{x}]} > 0 \rightarrow [x - \frac{1}{x}] + [x + \frac{x}{x}] > 0 \rightarrow \text{بهر طرف 2- اضافه می‌کنیم}$$

$$[x - \frac{1}{x}] + [x + \frac{x}{x}] - 2 > -2 \Rightarrow [x - \frac{1}{x}] + [x - \frac{1}{x}] > -2 \rightarrow 2[x - \frac{1}{x}] > -2 \rightarrow [x - \frac{1}{x}] > -1$$

$$\rightarrow x - \frac{1}{x} > -1 \rightarrow x > -\frac{1}{x} \rightarrow x > \frac{1}{x} \Rightarrow \boxed{D_y = [\frac{1}{x}, +\infty)} \checkmark$$

$$y = \sqrt{1 - \log(r_n - a)} \quad D = (b, c]$$

$$1 - \log(r_n - a) \geq 0 \rightarrow \log(r_n - a) \leq 1 \rightarrow r_n - a \leq 10 \rightarrow x \leq \frac{10 + a}{r} \quad \text{①}$$

$$r_n - a > 0 \rightarrow r_n > a \rightarrow x > \frac{a}{r} \quad \text{②}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{r} < x \leq \frac{10 + a}{r} \\ b & c \end{array} \right.$$

$$c - b = \frac{10 + a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{10}{r} = \text{②} \checkmark$$