

۱) $f(-x) - x f(x) = 2|x| + 1 \xrightarrow{x=1} x f(-x) - x^2 f(x) = 2|x| + 1$ (۲)
 $f(x) + x f(-x) = 2|x| + 1 \quad \left. \begin{array}{l} x f(-x) - x^2 f(x) = 2|x| + 1 \\ f(x) + x f(-x) = 2|x| + 1 \end{array} \right\} \quad f(x) + x f(-x) = 2|x| + 1$
 $f(x) + x^2 f(x) = -2x|x| - x + 2|x| + 1 \rightarrow f(x) = \frac{2(x+1)(1-x)}{1+x^2}$

۲) $f(x) + f(0) = x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=0} 2 f(0) = 4$ (۲)
 $\rightarrow f(0) = 2 \rightarrow R(x) = x^2 - 3x + 4 \rightarrow R(x^2) = x^4 - 3x^2 + 4$

۳) $\underbrace{f(x-y)}_{\substack{-1 \\ +1}} = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + x - xy + 2 + y = 0 \rightarrow \Delta = (1-y)^2 - 4(1+y)$ (۲)
 $y^2 - 4y - 2 > 0 \rightarrow (y-2)(y+1) > 0$
 $x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{y^2 - 4y - 2}}{1}$
 $R_f(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

۴) الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(25-4)}{4} = -\frac{11}{4} \rightarrow R = [-\frac{11}{4}, +\infty)$ (۲)
 ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \rightarrow \frac{-5}{4a} = \frac{14}{-4} = -\frac{7}{2} \rightarrow R \in [0, \frac{7}{2}]$
 ج) $\sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1} \rightarrow R \in [0, \infty)$
 د) $\log(x^3 - 4x^2 + 7x + 4) \rightarrow x^3 - 4x^2 + 7x + 4 > 0 \rightarrow R = \mathbb{R}$
 $(x-4)(x^2 - 2x - 1)$

۵) الف) $y = \frac{3x+1}{2x-4} \rightarrow 2xy - 4y = 3x+1 \rightarrow x(2y-3) = 4y+1$ (۱)
 $\rightarrow x = \frac{4y+1}{2y-3} \quad R \Rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$
 ب) $y = \sqrt{\frac{3x+1}{x-2}} \rightarrow y^2 = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow y^2(x-2) = 3x+1$
 $x(y^2-3) = 2y^2+1 \rightarrow x = \frac{2y^2+1}{(y^2-3)(y+2)} \rightarrow [0, 1) \cup (2, +\infty)$
 توابع معکوس
 روش سختی!

جواب روز ششم چندتایی

۵- برد توابع هموارشده $\mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$ است

الف) $R_y = \mathbb{R} - \{\frac{3}{r}\}$

ب) $R_y = \sqrt{\mathbb{R} - \{4\}} = [0, +\infty) - \{2\}$

ج) $y = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

$a > 0 \rightarrow \min a = \sqrt{3} \rightarrow y_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R_y = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

د) $y = x^2+4 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \xrightarrow{a > 0} \min a = 4 \rightarrow y_{\min} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow R_y = [\frac{1}{4}, +\infty)$

۶- روش اصلی: $y x^2 - y = 3x^2 + 4 \rightarrow (y-3)x^2 = y+4$

$x^2 = \frac{y+4}{y-3} \geq 0 \rightarrow \frac{-4}{+4} \frac{3}{-1} \Rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

۷- $\square = x^2 \rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow y = -4 \\ x^2 \sim \infty \rightarrow y = 3 \end{cases} \xrightarrow[\text{صفت}]{\text{محدود می‌شود}} R_y = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

۸- $\square = \sin x \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow y = -\frac{1}{r} \\ \sin x = 1 \rightarrow y = -3 \end{cases} \xrightarrow[\text{صفت}]{\text{محدود می‌شود}} R_y = [-3, -\frac{1}{r}]$

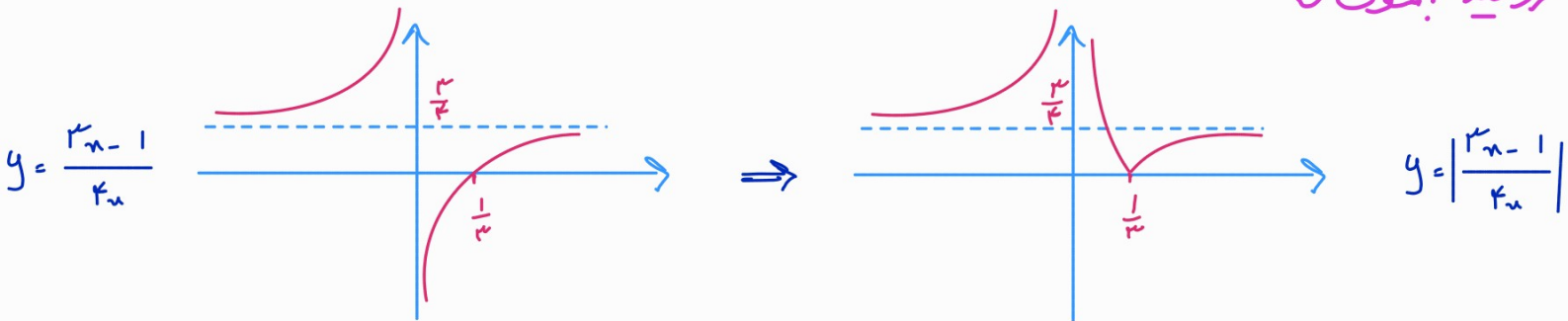
$$R_y = \left| \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{4} \right\} \right| = [0, +\infty)$$

۸- اول برد عبارت داخل قدر مطلق
رد حساب می کنیم بعد قدر مطلق می گیریم

فقط خواست باشد که $y = \frac{3}{4}$ هم هست داخل برد

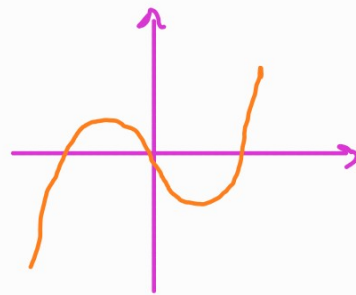
$$y = -\frac{3}{4} \text{ عضو برد عبارت داخل قدر مطلق هست و وقتی قدر مطلق بگیریم } y = \frac{3}{4}$$

روید به صورت :



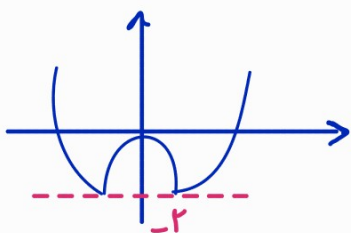
$$۸-ب) y = \sqrt{\frac{4(n-2)}{4(n-2)}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \frac{2}{2} \rightarrow R_y = \left\{ \frac{2}{2} \right\}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 2 & x \geq 0 \\ -x^2 - 2 & x < 0 \end{cases}$$

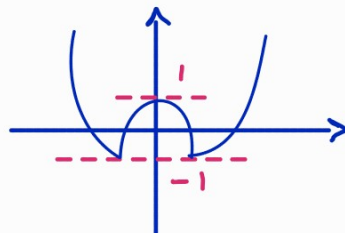


$$\Rightarrow R_y = \mathbb{R}$$

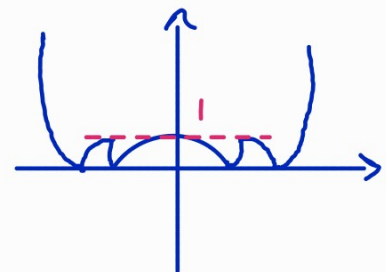
۹



$$y = f(1-x)$$



$$y = f(|x|) + 1$$



$$y = |f(|x|) + 1|$$

۱۰