

سوال یک

$$\begin{cases} f(-x) - x f(x) = 2|x+1| \times x \\ f(x) + x f(-x) = 2|-x+1| \end{cases} \quad f(x) = ?$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x f(-x) - x^2 f(x) = 2|x+1|x \\ f(x) + x f(-x) = 2|-x+1| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) + x^2 f(x) = 2|-x+1| - 2|x+1|x - x \\ f(x)(1+x^2) = 2|-x+1| - 2|x+1|x - x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2|x+1|x + 2|-x+1| - x}{x^2+1} = \begin{cases} \frac{-2x^2+x+1}{x^2+1} & x \geq 0 \\ \frac{2x^2-3x+1}{x^2+1} & x < 0 \end{cases} \quad \text{جواب}$$

سوال دو

$$f(x) + f(0) = x^2 - 3x + 4 \quad f(x^2) = ?$$

$$x=0 \Rightarrow f(0) + f(0) = (0)^2 - 3(0) + 4 \Rightarrow 2f(0) = 4 \Rightarrow f(0) = 2$$

$$f(x) + 2 = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad f(x^2) = (x^2)^2 - 3(x^2) + 2 \Rightarrow f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 2 \quad \text{جواب}$$

سوال سه

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1} \quad R_y = ?$$

$$\Leftrightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 + x - yx + y + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - (y-1)x + y+2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (y-1)^2 - 4(1)(y+2) = y^2 - 2y + 1 - 4y - 8 = y^2 - 6y - 7 \Rightarrow \Delta = y^2 - 6y - 7$$

$$y = \frac{y-1 \pm \sqrt{y^2 - 6y - 7}}{2} \Rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0 \quad \begin{matrix} a+c=b \\ -y+1=-4 \end{matrix} \Rightarrow y = -1, y = 7$$

$$\Rightarrow R_y = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) \quad \text{جواب}$$

سوال چهار

$$\text{الف) } y = 2x^2 - 5x + 1 \xrightarrow{\alpha > 0} \left| \begin{array}{l} x = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \\ y = 2 \times \frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 1 = -\frac{17}{8} \end{array} \right| \begin{matrix} \text{راس} \\ \text{مینیم دارد} \end{matrix} \Rightarrow R_y = \left[-\frac{17}{8}, +\infty \right) \quad \text{جواب}$$

(از اعداد حقیقی نمی توان به بزرگترین ادرین عددی توان صغراست)

$$\text{ب) } y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \xrightarrow{\alpha < 0} \left| \begin{array}{l} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y = -9 + 18 - 5 = 4 \end{array} \right| \begin{matrix} \text{راس} \\ \text{ماکسیم دارد} \end{matrix} \Rightarrow \sqrt{(-\infty, 4]} \Rightarrow R_y = [0, 2] \quad \text{جواب}$$

$$\text{ج) } y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1} \xrightarrow{\text{هسته منبسطی}} \sqrt{1x} \Rightarrow R_y = [0, +\infty) \quad \text{جواب}$$

بزرگترین توان فرد است
سی برد هسته ۱۲ است

$$\text{د) } s = \log(x^2 - 4x^2 + 7x + 4) \xrightarrow{\text{برده هسته}} \log(1x) \Rightarrow \log(0, +\infty) \Rightarrow R_y = (-\infty, +\infty) \quad \text{جواب}$$

اعداد حقیقی (۱۲) است

برای توابع همگرافیک $(c \neq 0, ad \neq bc)$ $W = \left\{ \frac{a}{c} \right\}$
 - جواب افقی

الف) $y = \frac{3x+1}{2x-4}$

$\Rightarrow R_y = W - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ جواب

ب) $y = \sqrt{\frac{3x+1}{x-2}}$ $\Rightarrow$ y در $W = W - \{4\} \Rightarrow \sqrt{W - \{4\}} \Rightarrow R_y = [0, +\infty) - \{2\}$ جواب

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}$ $\Rightarrow \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow R_y = \left[\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty \right)$
 - $[2, +\infty) = a + \frac{1}{a}$ $(a > 0)$

$\sqrt{x^2+3}$ کمترین مقدار $= \sqrt{3}$ $\Rightarrow R_y = \left[\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty \right)$ جواب

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4}$ $\xrightarrow{+4-4} x^2+4 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \xrightarrow{a+\frac{1}{a}} 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4} \Rightarrow R_y = \left[\frac{1}{4}, +\infty \right)$ جواب

$y = \frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$\Rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \Rightarrow yx^2 - 3x^2 = 4 + y \Rightarrow x^2(y-3) = 4+y$

$\Rightarrow x^2 = \frac{4+y}{y-3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4+y}{y-3}}$

$\sqrt{\frac{4+y}{y-3}} \geq 0 \Rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ جواب

$\frac{-4}{+} \quad \frac{3}{-}$

$\Rightarrow$ یک نقطه $\Rightarrow$ کمترین مقدار $x^2 = 0 \Rightarrow -4$

$\Rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ جواب

بازه باز است چون از حدگیری درست آید

خرج می تواند منفی شود خارج در عدد بازه است $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$ مخرج

$f(x) = \frac{2 \sin x + 4}{\sin x - 3}$

$\sin x$ کمترین مقدار $= -1 \Rightarrow \frac{-1}{2}$
 $\sin x$ بیشترین مقدار $= 1 \Rightarrow -3$
 غیر قابل قبول $\sin x = 3 \Rightarrow$ مخرج
 مخرج نمی تواند صفر شود

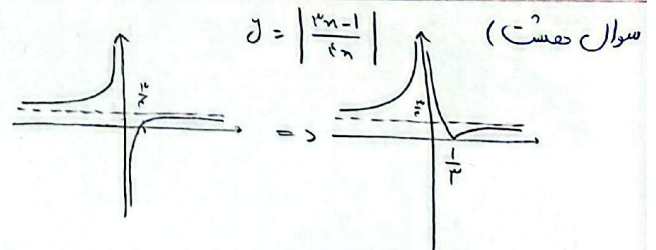
$\Rightarrow R_y = \left[-3, -\frac{1}{2} \right]$ جواب

الف) $y = \left| \frac{3x-1}{4x} \right|$

$\Rightarrow R_y = [0, +\infty)$ جواب

$y = \frac{3x-1}{4x}$
 - جواب افقی $= 0$
 - جواب افقی $= \frac{3}{4}$

$x=1 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$
 $y=0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

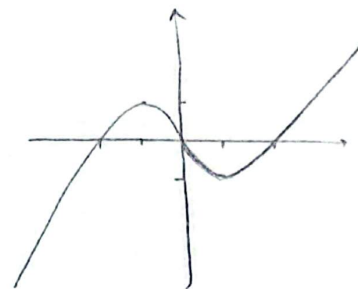


ب) $y = \sqrt{\frac{9x-18}{-8+4x}}$ $\Rightarrow y = \sqrt{\frac{9x-18}{4x-8}}$
 $\begin{cases} ad = 9x-18 = -4r \\ bc = -18x+8 = -4r \end{cases} \Rightarrow ad=bc \Rightarrow y = \sqrt{\frac{9(x-2)}{4(x-2)}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{9}{4}}$

$\Rightarrow y = \frac{3}{2} \Rightarrow R_y = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ جواب

$$y = x|x| - 2x = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases}$$

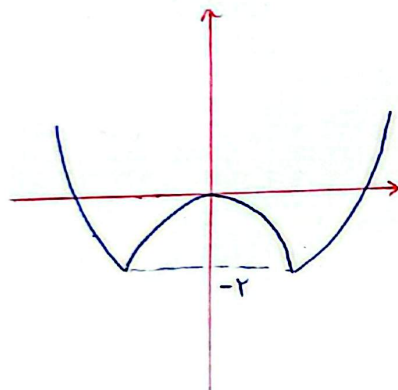
$\text{دایره} \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \quad x=2, x=0$
 $\text{دایره} \begin{cases} -1 \\ 1 \end{cases} \quad x=-2, x=0$



سوال نه

$$\Rightarrow R_y = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

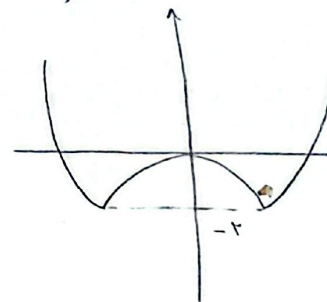
$$y = f(x)$$



$$y = |f(|x|) + 1|$$

$$y = f(|x|)$$

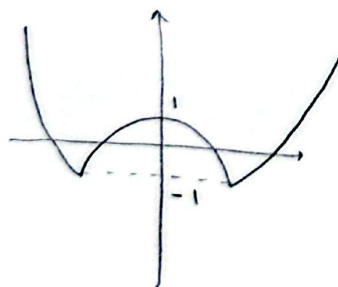
=>



سخت پم نمودار (x های منفی)
را با کسی کنیم هر چه باقی ماند
را در آن قسمت قرینه می کنیم

$$y = f(|x|) + 1$$

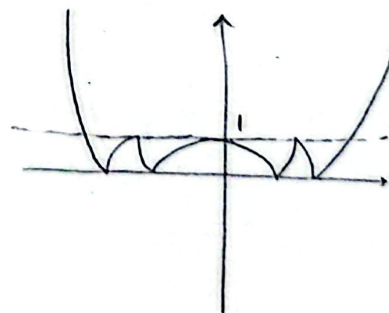
یک واحد بالای بریم
در راستای نمودارها



$$y = |f(|x|) + 1|$$

هر چه در قسمت پایین نمودار (x های منفی)
است را به سمت بالا قرینه می کنیم

=>



عجرب