

تواند طاهران - تکلیف - دوازدهم ریاضی

$$\begin{cases} f(-x) - x f(x) = 2|x| + 1 \\ f(x) + x f(-x) = 2|-x| + 1 \end{cases} \xrightarrow{x \rightarrow -x} \begin{cases} -x f(-x) + x^2 f(x) = -2|x| - x \\ f(x) + x f(-x) = 2|-x| + 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 1) f(x) = -2|x| - x + 2|-x| + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2|x| - x + 2|-x| + 1}{x^2 + 1}$$

$$x < 0 \rightarrow f(x) = \frac{2x^2 - x - 2x + 1}{x^2 + 1} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$$

$$x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{2x + 1 - 2x^2 - x}{x^2 + 1} = \frac{-2x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

$$f(x) + f(0) = x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=0} 2f(0) = 4 \Rightarrow f(0) = 2$$

$$f(x) + 2 = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 2$$

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 + (1-y)x + y+2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \Rightarrow (y-1)^2 - 4(y+2) \geq 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y - 8 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36 - 4(-7)}}{2(1)} = \frac{6 \pm \sqrt{68}}{2}$$

$$R_f = (-\infty, -\sqrt{17}] \cup [1, +\infty)$$

$$\text{الف) } y = 2x^2 - 5x + 1 \quad \min \left| \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \right.$$

$$R_f = \left[ \frac{-17}{4}, +\infty \right)$$

$$2x \frac{5}{4} - 5x \frac{5}{4} + 1 = \frac{-17}{4}$$

$$\text{ب) } y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \quad \text{ابتداء بر (مستوی عبارت) را محاسبه می کنیم}$$

Subo

$$\max \left| \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \right. \quad \sim \quad \sqrt{(-\infty, 4]} \Rightarrow R_f = [0, 2]$$

$$-9 + 18 - 5 = 4$$

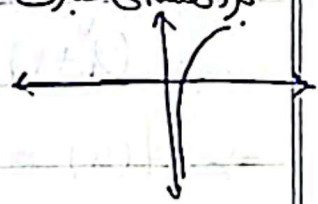
درجه‌سی عبارت IR است در نتیجه:  $y = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4x + 1}$  (ج)

$$\sqrt{(-\infty, +\infty)} \sim R_f = [0, +\infty)$$

درجه‌سی عبارت IR است در نتیجه:  $y = \log(x^3 - 4x^2 + 7x + 4)$  (د)

$$\log(-\infty, +\infty) = \log(0, +\infty)$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$$



الف)  $y = \frac{3x+1}{2x-4}$  تابع همگرا نیست است پس بردار IR -  $\{\frac{4}{3}\}$  می باشد.  $R_f = IR - \{\frac{4}{3}\}$

ب)  $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$  ابتدا بردجه‌سی تابع را محاسبه می کنیم: IR -  $\{2\}$  و پس پذیرش داریم:  $\sqrt{R - \{2\}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

ج)  $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

کمترین مقدار  $\sqrt{x^2+3}$  و  $\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$  می باشد.  $\Rightarrow R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$  یا  $[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$  یا  $[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د)  $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} + 4 - 4 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2+4}$  کمترین مقدار  $x^2 + \frac{1}{x^2+4}$  می باشد. در نتیجه عبارت  $x^2 + \frac{1}{x^2+4}$

همواره بزرگتر از  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$  می باشد.  $R_f = [\frac{1}{2}, +\infty)$

ب)  $R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$

۶- روش اصلی:  $y = \frac{3x^2 + k}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 = \frac{y - k}{y - 3} = \frac{y + k}{y - 3}$

$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y + k}{y - 3}} \leadsto \frac{y + k}{y - 3} \geq 0$

$\begin{array}{c} -k \quad 3 \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ 0 \quad 0 \end{array}$

$R_f = (-\infty, -k] \cup (3, +\infty)$

با استفاده از نکته:

$y = \frac{3x^2 + k}{x^2 - 1} \xrightarrow{x^2=0} y = \frac{k}{-1} = -k$

$\xrightarrow{x^2 \rightarrow +\infty} y = \frac{3x + \infty}{1x + \infty} = 3$

چون مخرج می تواند به ازای  $x^2 = 1$  صفر شود بیرون از دو عدد است.

و چون عدد ۳ به ازای  $x^2 \rightarrow +\infty$  به دست می آید بازای آن باز است.

۷-  $y = \frac{2 \sin x + k}{\sin x - 3} \xrightarrow{\sin x = -1} \frac{-2 + k}{-1 - 3} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{\sin x = 1} \frac{2 + k}{1 - 3} = \frac{4}{-2} = -2$

$R_f = [-2, -\frac{1}{2}]$

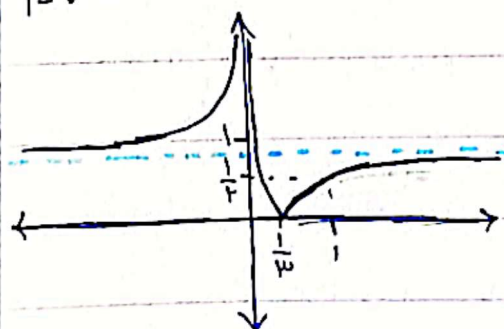
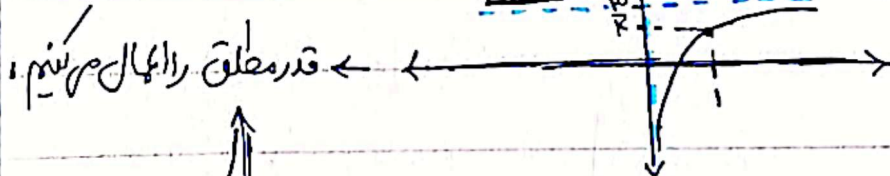
مخرج می تواند صفر شود و همواره منفی است

۸- ابتدا خود را تابع همگرا کنید  $y = \frac{3x - 1}{kx}$  را رسم می کنیم:

الف)  $y = \left| \frac{3x - 1}{kx} \right|$

مجاوب افقی:  $y = \frac{3}{k}$

مجاوب قائم:  $x = 0$



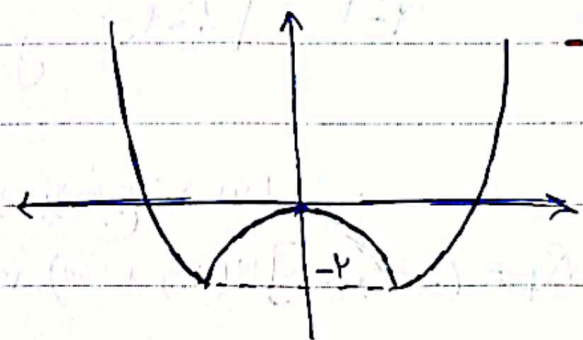
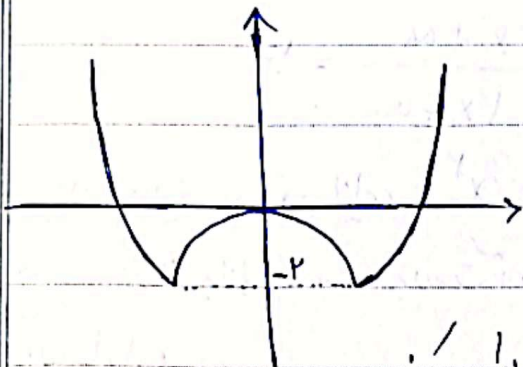
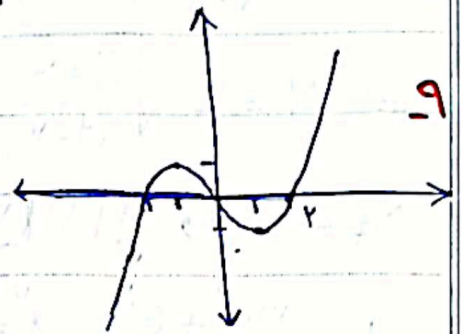
$R_f = [0, +\infty)$

Scanned

$$ب) y = \sqrt{\frac{9x-18}{4x-1}} = \sqrt{\frac{9(x-2)}{4(x-2)}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \quad R_f = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

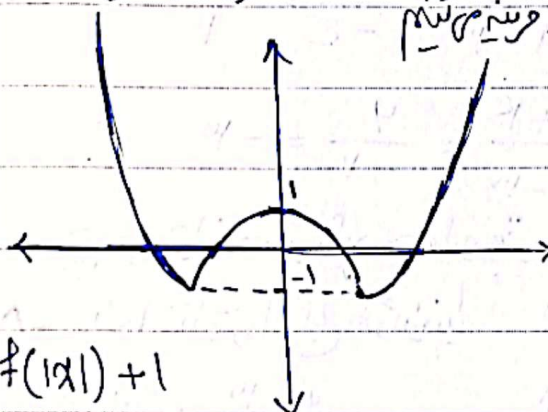
$$y = x|x| - 2x \begin{cases} x > 0 \rightarrow y = x^2 - 2x \\ x < 0 \rightarrow y = -x^2 - 2x \end{cases}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$

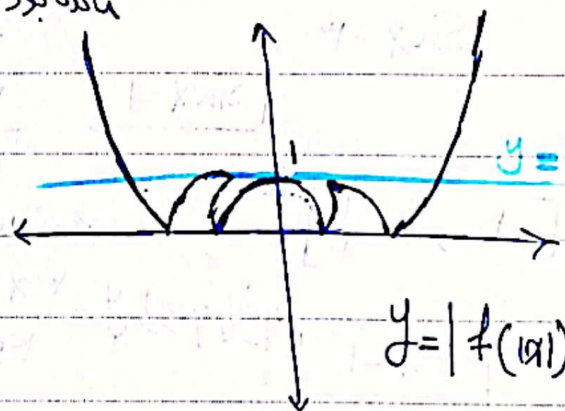


مقادیر مثبت را با علامت مثبت و منفی  
مانده بود را قرینه می‌کنیم

$$y = f(x) \rightarrow y = f(|x|)$$



$$y = f(|x|) + 1$$



$$y = |f(|x|) + 1|$$