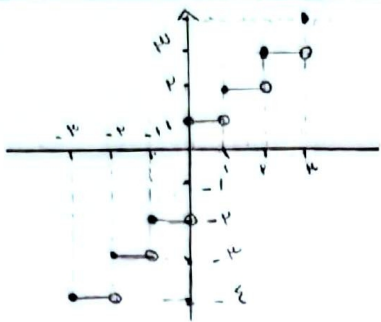


الف) $f(x) = \frac{1}{2} \sin(x + \frac{\pi}{2}) - 1 \rightarrow R_f = [-1, 1]$

ب) $g(x) = \frac{1}{2} \cos(x) - 1 \rightarrow R_g = [-1, 1]$

سوال ۱۱

$y = \frac{x}{n+1} \in \mathbb{Z}$

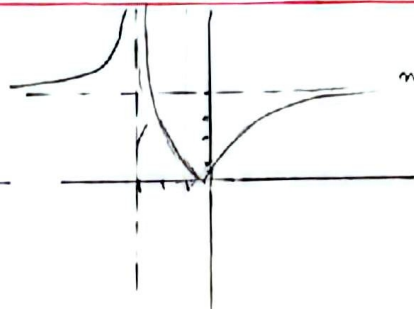
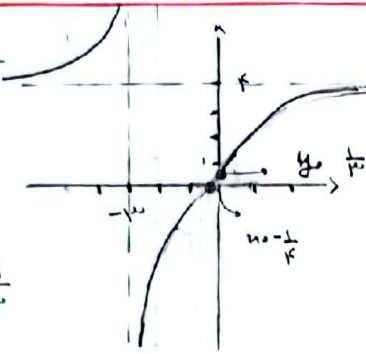


$x = 3 \rightarrow 1 + 2 = 3$
 $4 \leq x < 5 \rightarrow 1 + 2 = 3$
 $1 \leq x < 2 \rightarrow 1 + 1 = 2$
 $0 \leq x < 1 \rightarrow 1 + 0 = 1$
 $-1 \leq x < 0 \rightarrow -1 - 1 = -2$
 $-2 \leq x < -1 \rightarrow -1 - 2 = -3$
 $-3 \leq x < -2 \rightarrow -1 - 3 = -4$

$x \geq 0 \rightarrow 1 + [x]$
 $x < 0 \rightarrow -1 + [x]$

سوال ۱۲

$y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$



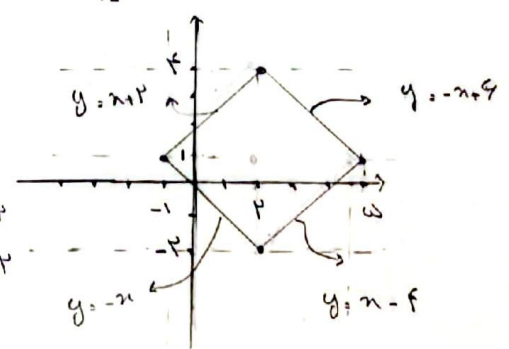
محاسبه قائم: $x = -2$
 محاسبه افقی: $y = 1$

سوال ۱۳

$|x-y| + |y-1| = 3$
 ۱) $x < y$ ۲) $x < 1$ ۳) $x > 1$ ۴) $x > y$
 $y < 1$ $y > 1$ $y < 1$ $y > 1$

سوال ۱۴: برای ضابطه های

۱) $x - y + y - 1 = 3 \rightarrow y = -x + 4 \rightarrow -x + 4 \geq 1 \rightarrow x \leq 3, 1 \leq x < 4$
 ۲) $x - y - y + 1 = 3 \rightarrow y = x - 1 \rightarrow x - 1 < 1 \rightarrow x < 2, 1 \leq x < 4$
 ۳) $-x + y + y - 1 = 3 \rightarrow y = x + 1 \rightarrow x + 1 \geq 1 \rightarrow x \geq 0, -1 \leq x < 1$
 ۴) $-x + y - y + 1 = 3 \rightarrow y = -x \rightarrow x < 1 \rightarrow x > -1, -1 < x < 1$



الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + \sqrt{x+1}$ $\sqrt{x+1} = t \rightarrow t^2 + 2t \rightarrow R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

سوال ۱۵

$x + \frac{1}{x} > 2$
 زیرا از هر دو طرف ۱ را کم می کنیم

$y = (1 - \sin x)(1 + \sin x) = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$
 $\sin x = \frac{b}{a} = \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow y = 1$
 $\sin x = 1 \rightarrow y = 1$
 $\sin x = -1 \rightarrow y = 0$
 $R_y = [0, 1]$

سوال ۱۶

$f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot n! \cdot 0$ $R_f = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

مجموع = $\frac{(1+2+\dots+9) \times 9}{9} = \frac{45 \times 9}{9} = 45$

۱) $\frac{1}{x^2} \cdot n! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 1 \cdot 0 = 0$
 ۲) $\frac{1}{x^2} \cdot 2! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 2 \cdot 0 = 0$
 ۳) $\frac{1}{x^2} \cdot 3! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 6 \cdot 0 = 0$
 ۴) $\frac{1}{x^2} \cdot 4! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 24 \cdot 0 = 0$
 ۵) $\frac{1}{x^2} \cdot 5! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 120 \cdot 0 = 0$
 ۶) $\frac{1}{x^2} \cdot 6! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 720 \cdot 0 = 0$
 ۷) $\frac{1}{x^2} \cdot 7! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 5040 \cdot 0 = 0$
 ۸) $\frac{1}{x^2} \cdot 8! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 40320 \cdot 0 = 0$
 ۹) $\frac{1}{x^2} \cdot 9! \cdot 0 = \frac{1}{x^2} \cdot 362880 \cdot 0 = 0$

$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$, $D_f = [2, +\infty)$, $f(2) = 1$, $R_f = ?$ $g(x) = \sqrt{bx^2 + cx + c}$

$a=0$: $\sqrt{bx+c}$ به ازای $x=2$ ، $y=1$ به دست می آید

$\rightarrow f(x) = \sqrt{bx+c}$ $\xrightarrow{x=2} \sqrt{4b+c} = 1 \rightarrow (4b+c)^2 = 1$
 $\xrightarrow{x=2} \sqrt{4b+c} = 1 \rightarrow 4b+c = 1$

$b=1, c=-2$
 $\frac{1}{-1} + \frac{1}{1} = 0$: به ازای $x=2$ ، $y=1$ به دست می آید
 $D_f = [2, +\infty)$

$g(x) = \sqrt{bx^2 + cx + c}$
 $\frac{b}{4a} = 0 \rightarrow y_{min} = 2$
 $R_f = [2, +\infty)$

$f(x) = \frac{x^2 + x}{x+2}$, $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$, $R_f = [c, +\infty) - \{n\}$, $f(\frac{a+b}{2c})$

$\frac{x^2 + x}{x+2} = \frac{x(x+2)(x-2)}{x+2} = x^2 - 2x$, $x \neq -2 \xrightarrow{x=-2} (-2)^2 - 2(-2) = 8$

$a = -2$

با توجه به اینکه $x^2 - 2x = 1$ ، $x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = -2$ ، $x = 2$ ، $x = 1 \pm \sqrt{2}$
 به ازای $x = 1 \pm \sqrt{2}$ ، $y = 1$ به دست می آید

$\Rightarrow f(\frac{a+b}{2c}) = f(-1) = 1$

$x^2 - 2x = 1 \xrightarrow{x=1} \frac{b}{2a} = 1$: برای $x=1$ ، $y=1$ به دست می آید
 $y_{min} = -1 = c$

$g = \sqrt{x^3 + ax^2 + bx - 1}$, $D_g = [a, b]$

در این مسئله باید به دنبال آن باشیم که g به ازای $x=a$ و $x=b$ به ازای $y=0$ باشد

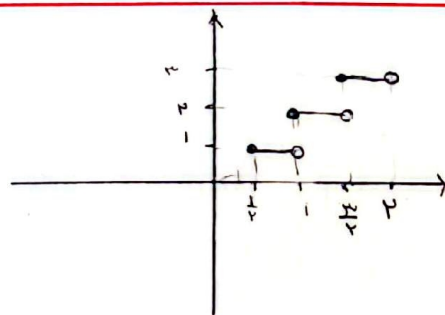
$\rightarrow x^3 + ax^2 + bx - 1 = 0 \Rightarrow (x-a)^3 = 0 \Rightarrow x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3 = 0$
 $\rightarrow a = -4, b = 12$

$\rightarrow D_g = [-4, 12]$

$y = \sqrt{(x-2)^3} = x-2 \xrightarrow{x=10} R_g = [-1, 10]$

$y = [x] + [\frac{x}{2}]$, $D_f = [\frac{1}{2}, 2]$

$\frac{1}{2} \leq x < 1 \rightarrow 0 + 1 = 1$
 $1 \leq x < \frac{3}{2} \rightarrow 1 + 1 = 2$
 $\frac{3}{2} \leq x < 2 \rightarrow 1 + 2 = 3$



مجموعه جواب