

الف) $f(x) = \sqrt{\cos^2(x + \frac{\pi}{2})} - 1 \rightarrow R_f = [-1, 1]$

(2) (1)

ب) $g(x) = \sqrt{\cos^2 x} - 4 \rightarrow R_g = [-4, 1]$

$y = \frac{x}{|x|} + [x]$

$-3 \leq x < -2 \rightarrow y = -1 + (-3) = -4$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow y = -1 + (-2) = -3$

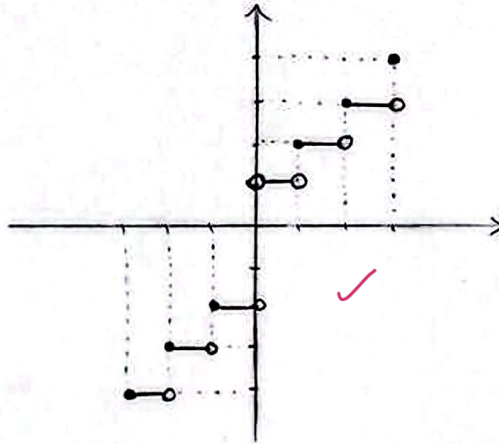
$-1 \leq x < 0 \rightarrow y = -1 + (-1) = -2$

$0 \leq x < 1 \rightarrow y = 1 + 0 = 1$

$1 \leq x < 2 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$

$2 \leq x < 3 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$

$x = 3 \rightarrow y = 1 + 3 = 4$

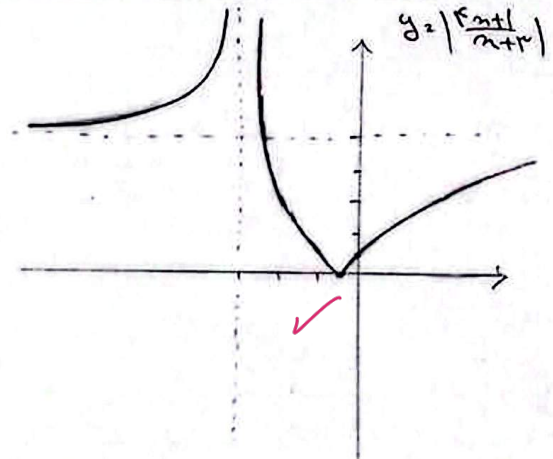
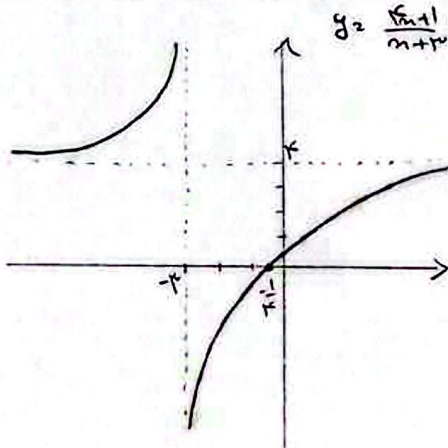


تابع در $x=0$ تعریف نمی شود

زیرا مخرج صفر می شود.

(2) (2)

$y = \left| \frac{x+1}{x+3} \right|$



(2) (2)

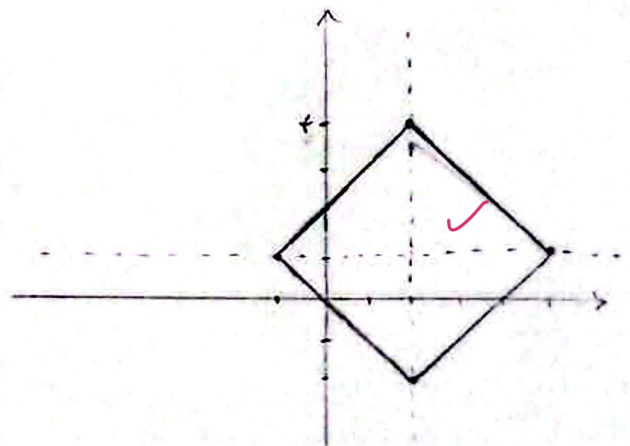
$|x-2| + |y-1| = 3$

$x \geq 2, y \geq 1 \rightarrow x-2+y-1=3 \rightarrow y = -x+6$

$x \geq 2, y < 1 \rightarrow x-2-y+1=3 \rightarrow y = x-4$

$x < 2, y \geq 1 \rightarrow 2-x+y-1=3 \rightarrow y = x+2$

$x < 2, y < 1 \rightarrow 2-x-y+1=3 \rightarrow y = -x$



(2) (2)

الف) $f(n) = n + \frac{1}{n} + 2\sqrt{n + \frac{1}{n}}$

(1.75)

(5)

تابع $\rightarrow n + \frac{1}{n} > 0$ $\rightarrow$ $n + \frac{1}{n} > 2$
 نرم $a) = 1$ $a + \frac{1}{a}$

تابع $\rightarrow n + \frac{1}{n} = t \rightarrow y = t + 2\sqrt{t} \rightarrow$ در t قرار بدهیم
 (100 و 12) این تابع صعودی است پس کمترین مقدار آن برای $t = 2$ می باشد
 $R_2 [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin n)(1 + \sin n) = -\sin^2 n + 2\sin n + 3 \rightarrow \sin n = 1 \rightarrow y = 4$ $\rightarrow R = [4, 4]$
 $\rightarrow \sin n = -1 \rightarrow y = 0$
 $\rightarrow \sin n = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$

$f(n) = \frac{1}{n^2} n + 10$

(2) (6)

$n=1 \rightarrow f(1) = \frac{1}{1^2} = 1$

$n=4 \rightarrow f(4) = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

$n=9 \rightarrow f(9) = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$

$n=2 \rightarrow f(2) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

$n=5 \rightarrow f(5) = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$n=1 \rightarrow f(1) = \frac{1}{1^2} = 1$

$n=3 \rightarrow f(3) = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$n=6 \rightarrow f(6) = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$

$n=9 \rightarrow f(9) = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$

مجموع = $\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{36} + \frac{1}{49} + \frac{1}{64} + \frac{1}{81} + \frac{1}{100} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$

$f(n) = \sqrt{an^2 + bn + c}$

(2) (7)

$D_f = [1, +\infty) \rightarrow [a, +\infty)$

$bn + c > 0 \rightarrow n > -\frac{c}{b} \rightarrow -\frac{c}{b} > 2 \rightarrow c > -2b$

$f(2) = 1 \rightarrow 4b + c = 1 \rightarrow [b, c] = [1, -2]$

$\rightarrow g(n) = \sqrt{n^2 + 4} \rightarrow R_g = [2, +\infty)$

$f(n) = \frac{n^3 - 4n}{n+2} = \frac{n(n-2)(n+2)}{(n+2)} = n(n-2) = n^2 - 2n \rightarrow R_f = [1, +\infty)$

(1.75) (1)

$D_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$ $\rightarrow$ چون نقطه $n = -2$ صفر می شود
 تعریف نشده است در $n = -2$ و عدد از آن کمتر شده است
 $a = b = -2$ $\rightarrow$ n می تواند بیشتر از -2 باشد

$f\left(\frac{a+b}{2}\right) = f\left(\frac{-2+(-2)}{2}\right) = f(-2) = 0$

صفحه آخر...

$g = \sqrt[3]{n^3 + an^2 + bn - 1}$

چون تابع خطی است متوجه می شویم زیر رادیکال یک مربع کامل است

$(n-2)^3 = n^3 - 6n^2 + 12n - 8 \rightarrow a = -6, b = 12$ $\rightarrow g = \sqrt[3]{(n-2)^3} = n-2$

$D_f = [-4, 12] \rightarrow R_f = [-4, 10]$

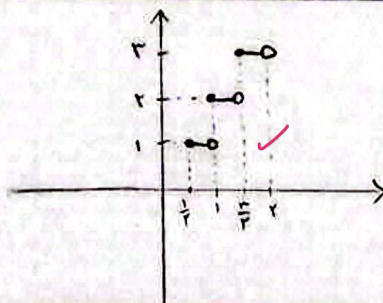
(2) (9)

$g = \lfloor n \rfloor + \lfloor n + \frac{1}{n} \rfloor$

$\frac{1}{n} < 1 \rightarrow g = 0 + 1 = 1$

$1 < n < \frac{3}{2} \rightarrow g = 1 + 1 = 2$

$\frac{3}{2} < n < 2 \rightarrow g = 1 + 2 = 3$



10 از 3 بازه که تشکیل شده است

(2)

$$f(n) = \frac{n(n-2)(n+2)}{n+2} = n^2 - 2n$$

-۸

$$n^2 - 2n \neq 8 \rightarrow \begin{cases} n \neq -2 \\ n \neq 4 \end{cases}$$

۸ = ۸ در برد تابع نیست یعنی:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 4\} \quad \text{پس دافند برابر است با:}$$

$$f(n) = n^2 - 2n \rightarrow \lim_{n \rightarrow -1} \Rightarrow R_f = [-1, +\infty) - \{8\} \quad \text{حالا بیایم سراغ برد!}$$

$$f\left(\frac{a+b}{2c}\right) = f\left(\frac{2}{-2}\right) = f(-1) \rightarrow f(-1) = \textcircled{3}$$