۱۸/۷۵

نام و نام خانوادگی دلارام میرزابابائیان پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۸ کلاس دوازدهم دختر B

۱

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} \xrightarrow{x=2} \frac{4+5}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} \xrightarrow{x=2} 3$

۱/۵

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} \xrightarrow{x=2} 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} \xrightarrow{0^+} \frac{7}{1} = 7$ ✗ ; $\xrightarrow{0^-} \frac{7}{0} = 7$; حاصل حد $= 7$

ت.ن

$[x^2] = 0$
حاصل برابر صفر دقیق است چون [ ] تبدیل به عدد صحیح است!

۲

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x] - 2 = \lim 4\times 2 - 2 = 6$

۲

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = \lim [10^-] = 9$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} 4x-2\right] = \left[\lim 10\right] = 10$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} 4x-2\right] = \left[\lim 10\right] = 10$

۳

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \lim \frac{3\times 2+1}{2} = \frac{7}{2}$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = \lim \left[\frac{10^-}{2}\right] = 4$; 5^-

۲

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\lim_{x\to 3^-} \frac{10}{2}\right] = 5$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\lim_{x\to 3^+} \frac{10}{2}\right] = 5$

۴

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{x^2-6x+5} \to (x-1)(x-5)$; جدول تعیین علامت: 1 ، 5 : $+ \; 0 \; - \; 0 \; +$

$\xrightarrow{1^+} \frac{-4}{0^-} = +\infty$

$\xrightarrow{1^-} \frac{-4}{0^+} = -\infty$

حد ندارد

۵

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{x^2-6x+9} \to (x-3)^2$; جدول تعیین علامت: 3 : $+ \; 0 \; +$

$\xrightarrow{3^+} \frac{-1}{0^+} = -\infty$

$\xrightarrow{3^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$

حد ندارد

۵

الف) $\lim_{x\to -3} [-3x] - [5x]$

$\xrightarrow{-3^+} [9^-] - [-15^+] = 8 - (-15) = 23$

$\xrightarrow{-3^-} [9^+] - [-15^-] = 9 - (-16) = 25$

حد ندارد

۲

ب) $\lim_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right]$

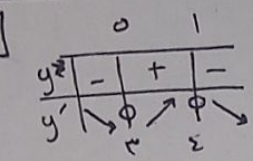
$\xrightarrow{x=-0/501} \left[\frac{-1}{(-0/501)^4}\right] \to \left[\frac{-1}{\frac{1}{16}^+}\right] \to -16$; $(0/5)^4$

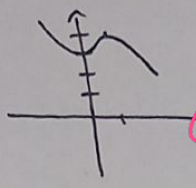
۶

الف) $\lim_{x\to 1} [4x^3 - 3x^4 + 3]$

$x \to 1 \Rightarrow 4 \to [4^-] = 3$ ✓

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$+$	$-$
y	↘	↗	↗	↘



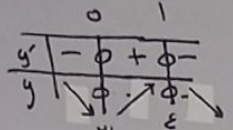


(۱/۵)

ب) $\lim_{x\to 0} [4x^3 - 3x^4 + 3]$

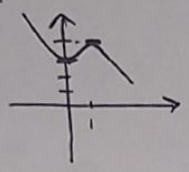
$y' = 12x^2 - 12x^3$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘	۳	↗	۴	↘



$x \to 0 \Rightarrow y = 3^+$

$\lim_{x\to 0} [4x^3 - 3x^4 + 3] = 3$



۷

الف) $\lim_{x\to 2} \frac{|x^3 - 8|}{x^2 - 4}$

$x \to 2^+ \Rightarrow \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = 3$ ✓

$x \to 2^- \Rightarrow \frac{-x^3 + 8}{x^2 - 4} = \frac{-(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = -3$

صدندارد

ب) $\lim_{x\to \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$x \to \pi^- \Rightarrow \frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{\sin x}{2\sin x \cos x} = -\frac{1}{2}$

$x \to \pi^+ \Rightarrow -\frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{-\sin x}{2\sin x \cos x} = \frac{1}{2}$ ✓

صدندارد

۸

الف) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$x \to \frac{\pi}{2}^+ \Rightarrow \sqrt{\cos x} = 0^+$ ✓

$x \to \frac{\pi}{2}^- \Rightarrow \cos x = 0^+$

برای زیر رادیکال غ ق ق

ندارد

(۱/۵)

ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}}$

$x \to 0^- \Rightarrow$ ق ق ی

زیر رادیکال < 0 ✓

$x \to 0^+ \Rightarrow 0$ ✗

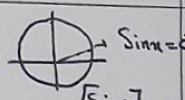
ندارد

۹

الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^2 - x^3}$

$\to \frac{(-1)^0}{x^2 - x^3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ ✓

صدندارد



$\sin x = 0^+$

$[\sin x] = 0$

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - [x^2]}{x - [x]}$

$x \to 2^+ \Rightarrow \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$

$x \to 2^- \Rightarrow \frac{x^2 - 4}{x - 1} = \frac{1}{1} = 1$ ✓

صدر حد ندارد

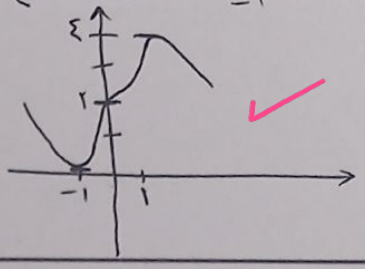
۱۰

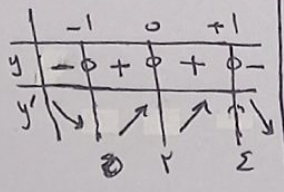
الف) $y = 2x^5 - 3x^4 + 2$

$y' = 10x^4 - 10x^3$

$10x^3(1 - x) = 0 \Rightarrow 0, 1$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
y	↘	۲	↗	۳	↗	۴	↘



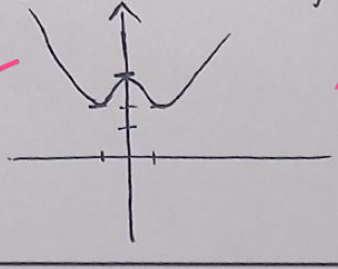


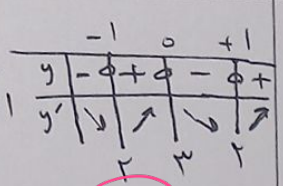
ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' = 4x^3 - 4x$

$4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow 0, \pm 1$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	۲	↗	۳	↘	۲	↗



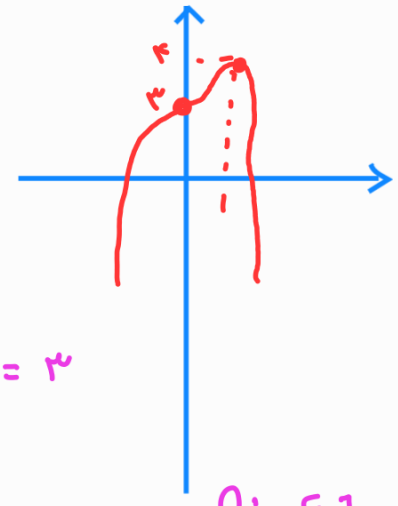


-۶

$y = [\epsilon x^3 - 3x^4 + 3] \rightarrow y' = 12x^2 - 12x^3 \rightarrow y' = 0 \rightarrow 12x^2(1-x) = 0$

$x = 0, x = 1$

	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		−		−		+	
y		↘		↘		↗	



الف) $\lim_{x \to 1} [\epsilon x^3 - 3x^4 + 3] = [\epsilon^-] = 3$

ب) $\lim_{x \to 0} [\epsilon x^3 - 3x^4 + 3]$ ←
- $x > 0 \rightarrow \lim [y] = [3^+] = 3$
- $x < 0 \rightarrow \lim [y] = [3^-] = 2$

سوال ۸ - ب

$x - 2\sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) \geq 0$

- $\sqrt{x} \geq 0$ (I) $\rightarrow x \geq 0$
- $\sqrt{x} - 2 \geq 0$ (II) $\rightarrow x \geq 4$

$I \cap II \quad x = 0 \text{ و } x \geq 4 \rightarrow$ به اطراف ضرب تعریف نمی‌شود

$\lim_{x \to 0} \sqrt{x - 2\sqrt{x}} = \not\exists$