نیکا سادات

۱-

الف) $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{2x+5}{x+1}\right)=\dfrac{2(2)+5}{2+1}=\dfrac{9}{3}=3$

ب) $\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{2x+5}{x+1}\right)=\dfrac{2(2)+5}{2+1}=3$

ج) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{2x+5}{x+1}\right)=\dfrac{2(2)+5}{2+1}=3$

د) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x+7}{[x^2]}$

$\xrightarrow{0^+}\ \dfrac{2(0)+7}{[0^+]}=\dfrac{9}{0}$ ت.ن X

$\xrightarrow{0^-}\ \dfrac{2(0)+7}{[0^+]}=\dfrac{9}{0}$ ت.ن X

---

۲-

الف) $\lim\limits_{x\to 3^-} 4[x]-2$ $\qquad x<3\to[x]=2$

$=4(2)-2=6$ جواب

ب) $\lim\limits_{x\to 3^-}[4x-2]=9$ جواب $\qquad x<3\to 4x<12$

$4x-2<10$

$[4x-2]=9$

ج) $\left[\lim\limits_{x\to 3^-}4x-2\right]\Rightarrow\lim\limits_{x\to 3^-}4x-2=10\to[10]=10$ جواب

د) $\left[\lim\limits_{x\to 3^+}4x-2\right]\Rightarrow\lim\limits_{x\to 3^+}4x-2=10\to[10]=10$ جواب

بسمه تعالی

۳-

الف) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{۳[x]+۱}{۲} = \dfrac{۳(۲)+۱}{۲} = \dfrac{۷}{۲}$ جواب

$x<۳ \to [x]=۲$

ب) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \left[\dfrac{۳x+۱}{۲}\right] = ۴$ جواب

$x<۳ \to ۳x<۹ \to ۳x+۱<۱۰ \to \dfrac{۳x+۱}{۲}<۵ \to \left[\dfrac{۳x+۱}{۲}\right]=۴$

ج) $\left[\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{۳x+۱}{۲}\right] \to \lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{۳x+۱}{۲} = \dfrac{۳(۳)+۱}{۲} = ۵$

$\left[\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{۳x+۱}{۲}\right] = [۵] = ۵$ جواب

د) $\left[\lim\limits_{x\to ۳^+} \dfrac{۳x+۱}{۲}\right] \to \lim\limits_{x\to ۳^+} \dfrac{۳x+۱}{۲} = \dfrac{۳(۳)+۱}{۲} = ۵$

$\left[\lim\limits_{x\to ۳^+} \dfrac{۳x+۱}{۲}\right] = [۵] = ۵$ جواب

---

۴-

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x-۵}{x^۲-۶x+۵}$

$۱^+ \to \dfrac{۱-۵}{۰^-} = \dfrac{-۴}{۰^-} = +\infty$

$۱^- \to \dfrac{۱-۵}{۰^+} = \dfrac{-۴}{۰^+} = -\infty$

حد ندارد

$x^۲-۶x+۵=(x-۱)(x-۵)$

| | ۱ | | ۵ | |
|---|---|---|---|---|
| + | ۰ | − | ۰ | + |

ب) $\lim\limits_{x\to ۳} \dfrac{x-۴}{x^۲-۶x+۹}$

$۳^+ \to \dfrac{۳-۴}{۰^+} = \dfrac{-۱}{۰^+} = -\infty$

$۳^- \to \dfrac{۳-۴}{۰^+} = \dfrac{-۱}{۰^+} = -\infty$

حد ندارد

$x^۲-۶x+۹ \to \underbrace{(x-۳)^۲}_{\text{همواره مثبت است}}$

[illegible]

-۵

الف) $\lim\limits_{x \to -3} [-3x] - [5x]$

$-3^+ \longrightarrow x > -3 \longrightarrow -3x < 9 \longrightarrow [-3x] = 8$

$x > -3 \longrightarrow 5x > -15 \longrightarrow [5x] = -15$

$8 - (-15) = 23$

حد ندارد

$-3^- \longrightarrow x < -3 \longrightarrow -3x > 9 \longrightarrow [-3x] = 9$

$x < -3 \longrightarrow 5x < -15 \longrightarrow [5x] = -16$

$9 - (-16) = 25$

ب) $\lim\limits_{x \to (\frac{-1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right] \longrightarrow x < \frac{-1}{2} \rightarrow x^4 > \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{x^4} < 16$

$\rightarrow \frac{-1}{x^4} > -16 \rightarrow \left[\frac{-1}{x^4}\right] = -16$

جواب

-۶

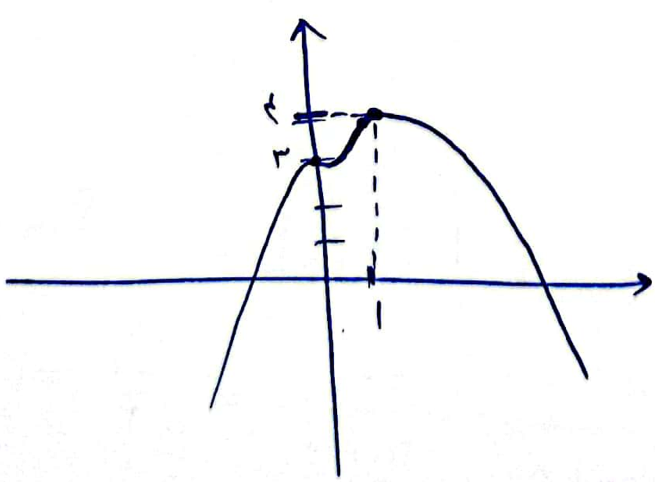
الف) $\lim\limits_{x \to 1} [4x^3 - 3x^4 + 3]$

$y = 4x^3 - 3x^4 + 3$

$y' = 12x^2 - 12x^3 = 12x^2(1-x)$

| | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | | $+$ | | $-$ |

$1 \mid 4$ $\quad$ $0 \mid 3$




$\lim [4x^3 - 3x^4 + 3] \begin{cases} \xrightarrow{1^+} [4^-] = 3 \\ \xrightarrow{1^-} [4^-] = 3 \end{cases}$

حد دارد.

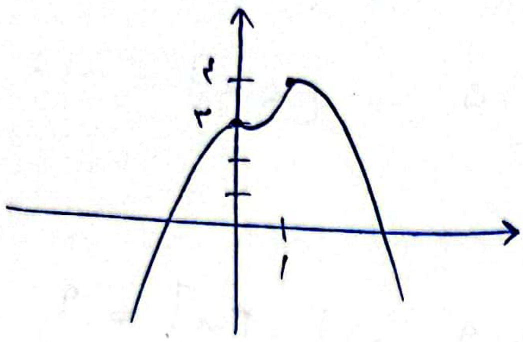
نکته بابت

ب) $\lim\limits_{x\to 0} [4x^3 - 3x^4 + 3]$

$y' = 12x^2 - 12x^3 = 12x^2(1-x)$

| | 0 | | 1 | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | | $+$ | | $-$ |

$\begin{array}{c|c} 1 \\ 4 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c} 0 \\ 3 \end{array}$



$$\lim [4x^3 - 3x^4 + 3] \begin{cases} \xrightarrow{0^+} [3^+] = 3 \\ \xrightarrow{0^-} [3^-] = 2 \end{cases}$$

حد ندارد

---

$$\lim_{x\to 2} \frac{|x^3 - 8|}{x^2 - 4} \qquad -7$$

$2^+ \to x > 2 \to x^3 > 8 \to x^3 - 8 > 0 \to |x^3 - 8| = x^3 - 8$

$$\to \lim_{x\to 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \frac{\cancel{(x-2)}(x^2 + 2x + 4)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \frac{4+4+4}{4} = 3$$

$2^- \to x < 2 \to x^3 < 8 \to x^3 - 8 < 0 \to |x^3 - 8| = 8 - x^3$

$$\lim_{x\to 2} \frac{8 - x^3}{x^2 - 4} = \frac{\overset{-1}{\cancel{(2-x)}}(4 + x^2 + 2x)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \frac{-(12)}{4} = -3$$

حد ندارد

ب) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$\pi^+ \to x > \pi \to \sin x < 0 \to |\sin x| = -\sin x$

$$\lim_{x\to \pi} \frac{-\sin x}{\sin 2x} = \frac{-\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x} = \frac{-1}{2\cos x} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

نکته: $\xrightarrow{\pi^-} x < \pi \rightarrow \sin x > 0 \longrightarrow |\sin x| = \sin x$

$$\lim_{x \to \pi} \frac{\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x} = \frac{1}{2\cos x} = \frac{1}{2(-1)} = \frac{-1}{2}$$

حد ندارد

---

۸- الف) $\lim_{x \to \frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$\xrightarrow{\frac{3\pi}{2}^+} x > \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos x > 0 \rightarrow \lim_{x \to \frac{3\pi}{2}^+} \sqrt{\cos x} = 0$

حد ندارد

$\xrightarrow{\frac{3\pi}{2}^-} x < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos x < 0 \longrightarrow$ تعریف نشده است زیرا زیر رادیکال منفی می‌شود.

ب) $\lim \sqrt{x - 2\sqrt{x}} \longrightarrow \sqrt{x-2\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$

| | $0$ | | $4$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $+$ | $-$ | | $+$ |

$\xrightarrow{0^+}$ تعریف نشده است به ازای $0^+$ زیر رادیکال بزرگ منفی می‌شود.

حد ندارد

$\xrightarrow{0^-}$ تعریف نشده است زیرا زیر $\sqrt{x}$ منفی می‌شود.

---

۹- الف) $\lim_{x \to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3 - x^2}$

$x > 0 \rightarrow \sin x > 0$

$[\sin x] = 0$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{(-1)^0}{x^3 - x^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$ جواب

| $x^3 - x^2$ | | $0^*$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $-$ | | $-$ | | $+$ |

[illegible]

ب) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - [x^2]}{x - [x]}$

$2^+ \longrightarrow x > 2 \rightarrow x^2 > 4 \rightarrow [x^2] = 4 \qquad [x] = 2$

$\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} = \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}} = 4$

$2^- \longrightarrow x < 2 \rightarrow x^2 < 4 \rightarrow [x^2] = 3 \qquad [x] = 1$

$\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 - 3}{x - 1} = \dfrac{4 - 3}{2 - 1} = 1$

حد ندارد

---

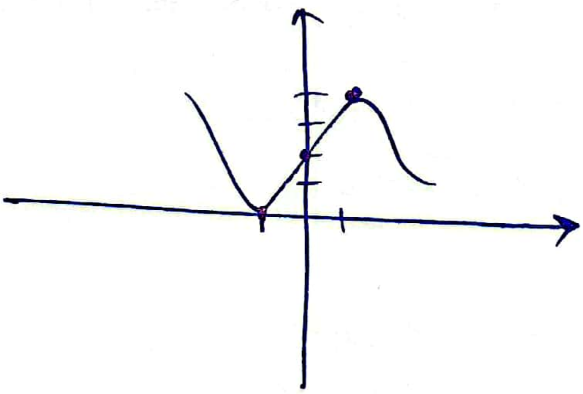
۱۰-

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2$

$y' = 15x^2 - 15x^4 = 15x^2(1 - x^2)$

| | -1 | | 0 | | 1 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-$ | | $+$ | | $+$ | | $-$ |

$\begin{array}{|c} 1 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{|c} 0 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{|c} -1 \\ 0 \end{array}$



ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$

| | -1 | | 0 | | 1 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ |

$\begin{array}{|c} 1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{|c} 0 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{|c} -1 \\ 2 \end{array}$