پارسی زندی

۱۹٫۵ آفرین به شما

سؤال ۱

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{4+5}{3} = \boxed{3}$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{4+5}{3} = \boxed{3}$

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1}$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

$\Rightarrow \boxed{3}$

۲

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{7}{0^+} = +\infty$ تعریف نشده

$\lim_{x\to 0^-} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{7}{0^+} = +\infty$ تعریف نشده

$\Rightarrow \boxed{+\infty}$

سؤال ۲

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x] - 2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = \lim [4\times 3^- - 2] = 9$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} (4x-2)\right] = \left[\lim 4\times 3^- - 2\right] = 10$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} 4x-2\right] = \left[\lim 4\times 3^+ - 2\right] = 10$

۲

سؤال ۳

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \lim \frac{3[2]+1}{2} = \frac{7}{2}$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = \lim \left[\frac{3(3^-)+1}{2}\right] = \lim [5^-] = 4$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\lim \frac{9+1}{2}\right] = 5$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\lim \frac{9+1}{2}\right] = 5$

۲

سؤال ۴

الف) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-5}{x^2-6x+5} = \dfrac{-4}{1-6+5 \;(0)}$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-5}{x^2-6x+5} = \dfrac{-4}{0^-} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x-5}{x^2-6x+5} = \dfrac{-4}{0^+} = -\infty$

حدندارد

$(x-1)(x-5)=0 \;\Rightarrow\; x=1 ,\; x=5$

	1		5	
+		−		+

1^- , 1^+

(۲)

ب) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-4}{x^2-6x+9} =$ ($9-18$)

$\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x-4}{(x-3)^2} = \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x-4}{(x-3)^2} = \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$

	3*	
+		+

حدندارد

سؤال ۵

الف) $\lim\limits_{x\to -3} [-3x] - [5x]$

$\lim\limits_{x\to -3^+} [-3x] - [5x] = 8 + 15 = 23$

$\lim\limits_{x\to -3^-} [-3x] - [5x] = 9 - (-16) = 25$

(۱/۵)

ب) $\lim\limits_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \left[\dfrac{-1}{x^4}\right] = \left[\dfrac{-1}{(-\frac{1}{2})^4}\right]$ $-16 \to$ عدد صحیح $\frac{1}{16}$

$\lim\limits_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \left[\dfrac{-1}{x^4}\right] = [-16^-] = -17$ ×

سؤال ۶

الف) $\lim\limits_{x\to 1} [4x^3 - 3x^4 + 3] = \lim [4 - 3 + 3]$ (4)

$\lim\limits_{x\to 1^+} [4x^3 - 3x^4 + 3] = [4^-] = 3$ نزولی

$\lim\limits_{x\to 1^-} [4x^3 - 3x^4 + 3] = [4^-] = 3$ صعودی

$y' = 12x^2 - 12x^3 = 0 \Rightarrow x^2(12 - 12x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0^* ,\; x = 1$

		0 ok		1	
y'	+		+		−
y	↗		↗		↘

ب) $\lim\limits_{x\to 0} [4x^3 - 3x^4 + 3] =$

$x\to 0^-$: $[3^-] = 2$

$x\to 0^+$: $[3^+] = 3$

حدندارد.

(۲)

سؤال ۷

الف) $\lim_{x\to 2} \frac{|x^3-8|}{x^2-4}$

$x \to 2^+$: $\lim \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{4+4+4}{4} = 3$

$x \to 2^-$: $\lim -\frac{x^3+8}{x^2-4} = \frac{-(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = -3$

حد ندارد

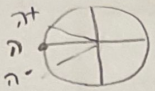
ب) $\lim_{x\to \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$\frac{|0^+|}{|0^+|}$

$x \to \pi^+$: $\lim \frac{\sin x}{2\sin x\cos x} = \frac{1}{2\times -1} = -\frac{1}{2}$

$x \to \pi^-$: $\lim \frac{-\sin x}{2\sin x\cos x} = \frac{-1}{2\times(-1)} = \frac{1}{2}$

حد ندارد.



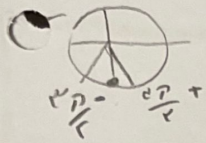
سؤال ۸

الف) $\lim_{x\to \frac{5\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$x \to \frac{5\pi}{2}^+$: $\lim \sqrt{\cos x} = \sqrt{0^+} = 0$

$x \to \frac{5\pi}{2}^-$: $\lim \sqrt{\cos x} = \sqrt{0^-}$ وجود ندارد

حد ندارد $\Leftarrow$



ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}}$

$x \to 0^+$: $\lim \sqrt{0^+ - 2\sqrt{0^+}}$ ✗ حد ندارد $\Leftarrow$ تعریف نشده زیرا دامنه متقی

$x \to 0^-$: $\lim \sqrt{0^- - 2\sqrt{0^-}}$ ✗ وجود ندارد $\Leftarrow$ تعریف نشده زیرا دامنه متقی

سؤال ۹

الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$x^2(x-1)$: 0 | 1 | $-$ | $-$ | $+$

$[\sin x] = 0$

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}$

$x \to 2^+$: $\frac{x^2-4}{x-2} = \lim \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = 4$

$x \to 2^-$: $\frac{x^2-4}{x-1} = \lim \frac{1}{1} = 1$

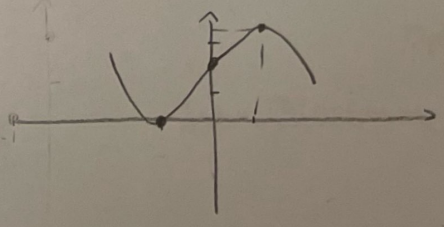
حد ندارد

سؤال ۱۰

الف) $y = 2x^5 - 4x^3 + 2$

$y' = 10x^4 - 12x^2 = 0$

$10x^2(x^2-2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{2}$



x	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	
y'	$+$	0	$+$	0	$+$	$-$
y	↗	y	↗	0	↗	↘

سؤال ۱۰) ثبت ب

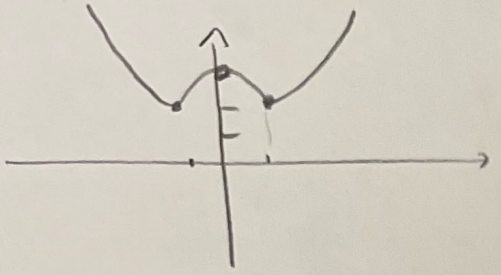
ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' = 4x^3 - 4x = 0$

$4x(x^2 - 1) = 0 \quad / \quad x = 0$

$\backslash \quad x = \pm 1$

x	-1		0		1
y'	$-$	$+$		$-$	$+$
y	↓	↑	۳	↓	↑
		۲			۲



۵-

ب) $x < -\frac{1}{2} \rightarrow x^4 > \frac{1}{16} \rightarrow -x^4 < -\frac{1}{16} \rightarrow -\frac{1}{x^4} > -16$

$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} \left[-\frac{1}{x^4} \right] = -16$