فاطمه امیری　　　　تکلیف شماره: ۲۰　　　　کلاس: دوازدهم دختر B

۱۹٫۷۵

آفرین ★★★

سوال ۱)

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \xrightarrow[\text{مخرج صفر باشه}]{\text{چون جواب حد } -\infty \text{ شده پس باید}} \lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{(x-2)^2}=-\infty \to \lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2\underbrace{-4}_{a}x\underbrace{+4}_{b}}=-\infty \Rightarrow a+b=-4+4=0$$

✓ ۲

سوال ۲)

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \xrightarrow[\text{باشه } 0^+]{\text{مخرج باید}} \lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{(x-\sqrt[3]{4})^2}=+\infty \to \lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2\underbrace{-2\sqrt[3]{4}}_{a}x+\underbrace{\sqrt[3]{16}}_{b}}=+\infty \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{4}}{-2}\right]=-1$$

✓ ۲

سوال ۳) برای $-\infty$ شدن یا باید مخرج 0^+ باشه صورت منفی یا مخرج 0^- باشه صورت مثبت

$$\lim_{x\to\frac{1}{\sqrt{3}}^+}\frac{\overset{-1}{[-x]}+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \to \lim_{x\to\frac{\sqrt{3}}{3}^+}\frac{a-1}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \to \lim_{x\to\frac{\sqrt{3}}{3}^+}\frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}=-\infty$$

✓

$$\left|\frac{1}{3}+a\right|=-a \xrightarrow{a>-\frac{1}{3}} \frac{1}{3}+a=-a \to 2a=\frac{-1}{3} \to a=\frac{-1}{6} \to$$

در این حالت مخرج 0^+ می‌شود و صورت منفی پس قابل قبوله $\Rightarrow [a]=\left[\frac{-1}{6}\right]=-1$ ✓ ۲

$$\xrightarrow{a<-\frac{1}{3}} -\frac{1}{3}-a=-a \to \frac{-1}{3}\neq 0 \to$$ غ ق ق

سوال ۴)

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16(\frac{-1}{2})-\left[\frac{-2}{(\frac{1}{4})^-}\right]}{24(\frac{-1}{2})+\left[\frac{3}{(\frac{1}{4})^-}\right]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{-8-\overset{-9}{[(-8)^-]}}{-12+[12^+]}=\lim_{x\to(\frac{1}{2})^+}\frac{1}{0^+}=+\infty$$

✓ ۲

سوال ۵)

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}\xrightarrow{[8^+]=8}\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\lim_{x\to 2^+}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

✓ ۲

سوال ۶)

$$\lim_{x\to-8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\lim_{x\to-8}\frac{x^2+10x+16}{6(2+\sqrt[3]{x})}\times\frac{\overbrace{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}^{12}}{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}=\lim_{x\to-8}\frac{\cancel{(x+8)}(x+2)\times\overset{2}{\cancel{12}}}{\cancel{6}\cancel{(x+8)}}=\lim_{x\to-8}2x+4=-12$$

✓ ۲

سوال ۷)

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\underbrace{\sqrt{1-\cos x}}_{\text{هم ارز: }\frac{x^2}{2}}}\times\frac{(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}{\underbrace{(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}_{2\sqrt{2}}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{(|x|\frac{\sqrt{2}}{2})\times2\sqrt{2}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{4\cancel{x}}{-\cancel{x}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times2\sqrt{2}}=\frac{-4}{2}=-2$$

✓ ۲

سوال ۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}=3\xrightarrow[\text{پس کسر } \frac{0}{0} \text{ بوده}]{\text{چون جواب عدد شده و مخرج صفره}} k+\cos 0=0\to k=-1\to\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\sqrt{a}x)-1}{-x^2}=3\xrightarrow{\cos\alpha\approx1-\frac{\alpha^2}{2}}\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2}=3\to\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{a\cancel{x^2}}{2}}{-\cancel{x^2}}=3\to\frac{a}{2}=3\to a=6$$

$$\frac{a}{k}=\frac{6}{-1}=-6$$

✓ ۲

سوال ۹)

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{(x-3a)(x+3a)}}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{(x-3a)(x+3a)}}\times\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x^2-9a^2})}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x^2-9a^2})}$$

✓ ۲

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3\cancel{(x-3a)}\overbrace{(\sqrt{x^2-9a^2})}^{0}}{\cancel{(x-3a)}(x+3a)(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+0=\frac{2}{\sqrt{6a}}=\frac{\sqrt{6a}}{3a}$$

سوال ۱۰)

$$\lim_{x\to-1}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty$$

$$\to\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1+k}{x^2-1}=-\infty \qquad \begin{array}{ccc}-1&&1\\+&-&+\end{array} \to\lim_{x\to-1^+}\frac{1+k}{0^-}=-\infty\Rightarrow 1+k>0\to k>-1$$

$$\to\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1+2k}{x^2-1}=-\infty \qquad \begin{array}{ccc}-1&&1\\+&-&+\end{array} \to\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1+2k}{0^+}=-\infty\Rightarrow 1+2k<0\to k<\frac{-1}{2}$$

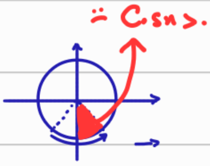
$$\Big\}\ -1<k<\frac{-1}{2}$$

✓ ۱٫۷۵

$\to -1<k<\frac{-1}{2}\to -\pi<k\pi<\frac{-\pi}{2}\to$ یعنی در محدوده‌ی ربع ۳

ناحیه ۳

$\to \cos(-\pi)<\cos k\pi<\cos\frac{-\pi}{2}\to -1<\cos k\pi<0\to -57/3<\cos k\pi<0\to$ یعنی در محدوده‌ی ربع چهارم



→ در ناحیه‌ی ۳و۴

$$\lim_{x\to -1}\frac{1-k[x]}{x^{۲}-1}=-\infty$$

$$\to \lim_{x\to(-1)^{+}}\frac{1-k(-1)}{0^{-}}=-\infty \to 1+k>۰ \to \boxed{k>-1}$$

$$\to \lim \frac{1-k(-۲)}{0^{+}}=-\infty \to 1+۲k<۰ \to \boxed{k<-\frac{1}{۲}}$$

$$\to -1<k<-\frac{1}{۲} \quad \begin{cases} -\pi<k\pi<-\frac{\pi}{۲} \\ \boxed{-1<\cos k\pi<۰} \end{cases}$$

مولفه های اول و دوم هر دو منفی هستند پس در ناحیه ی سوم است!