فاطمه امیری — تکلیف شماره ۲۰ — کلاس: دوازدهم دختر B

سوال ۱)
$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \xrightarrow[\text{مخرج صفر باشد}]{\text{چون جواب حد } -\infty \text{ شده پس باید}} \lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{(x-2)^2}=-\infty \to \lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2\underbrace{-4}_{a}x\underbrace{+4}_{b}}=-\infty \Rightarrow a+b=-4+4=0$$

سوال ۲)
$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \xrightarrow[\text{باشد } 0^+]{\text{مخرج باید}} \lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{(x-\sqrt[3]{4})^2}=+\infty \to \lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2\underbrace{-2\sqrt[3]{4}}_{a}x+\underbrace{\sqrt[3]{16}}_{b}}=+\infty \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{4}}{-2}\right]=-1$$

سوال ۳) برای $-\infty$ شدن یا باید مخرج 0^+ باشد صورت منفی یا مخرج 0^- باشد صورت مثبت
$$\lim_{x\to\frac{1^+}{\sqrt{3}}}\frac{\overset{-1}{[-x]}+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \to \lim_{x\to\frac{\sqrt{3}^+}{3}}\frac{a-1}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \to \lim_{x\to\frac{\sqrt{3}^+}{3}}\frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}=-\infty$$

$$\left|\frac{1}{3}+a\right|=-a \xrightarrow{a>-\frac{1}{3}} \frac{1}{3}+a=-a \to 2a=\frac{-1}{3} \to a=\frac{-1}{6} \to$$ در این حالت مخرج 0^+ می‌شود و صورت منفی پس قابل قبوله $\Rightarrow [a]=\left[\frac{-1}{6}\right]=-1$

$$\xrightarrow{a<-\frac{1}{3}} -\frac{1}{3}-a=-a \to \frac{-1}{3}\neq 0 \to$$ غ ق ق

سوال ۴)
$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16(\frac{-1}{2})-\left[\frac{-2}{(\frac{1}{4})^-}\right]}{24(\frac{-1}{2})+\left[\frac{3}{(\frac{1}{4})^-}\right]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{-8-\overset{-9}{[(-8)^-]}}{-12+[12^+]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{1}{0^+}=+\infty$$

سوال ۵)
$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}\xrightarrow{[x^3]=8}\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\lim_{x\to 2^+}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

سوال ۶)
$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{6(2+\sqrt[3]{x})}\times\frac{\overbrace{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}^{12}}{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}=\lim_{x\to -8}\frac{\cancel{(x+8)}(x+2)\times\overset{2}{\cancel{12}}}{\cancel{6}\cancel{(x+8)}}=\lim_{x\to -8}2x+4=-12$$

سوال ۷)
$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\underbrace{\sqrt{1-\cos x}}_{\frac{x^2}{2}:\text{هم ارز}}}\times\frac{(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}{\underbrace{(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}_{2\sqrt{2}}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{(|x|\frac{\sqrt{2}}{2})\times 2\sqrt{2}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{4\cancel{x}}{-\cancel{x}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2\sqrt{2}}=\frac{-4}{2}=-2$$

سوال ۸)
$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}=3\xrightarrow[\text{پس کسر } \frac{0}{0} \text{ بوده}]{\text{چون جواب عدد شده و مخرج صفره}} k+\cos 0=0\to k=-1\to\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\sqrt{a}x)-1}{-x^2}=3\xrightarrow{\cos a\sim 1-\frac{a^2}{2}}\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2}=3\to\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{a\cancel{x^2}}{2}}{-\cancel{x^2}}=3\to\frac{a}{2}=3\to a=6$$
$$\frac{a}{k}=\frac{6}{-1}=-6$$

سوال ۹)
$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{(x-3a)(x+3a)}}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{(x-3a)(x+3a)}}\times\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x^2-9a^2})}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x^2-9a^2})}$$

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3(x-3a)(\sqrt{x^2-9a^2})}{(x-3a)(x+3a)(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+0=\frac{2}{\sqrt{6a}}=\frac{\sqrt{6a}}{3a}$$

سوال ۱۰)
$$\lim_{x\to -1}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty$$

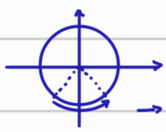
$$\to\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1+k}{x^2-1}=-\infty \qquad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \to\lim_{x\to -1^+}\frac{1+k}{0^-}=-\infty\Rightarrow 1+k>0\to k>-1$$

$$\to\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1+2k}{x^2-1}=-\infty \qquad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \to\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1+2k}{0^+}=-\infty\Rightarrow 1+2k<0\to k<\frac{-1}{2}$$

$$\Big\}\ -1<k<-\frac{1}{2}$$

$\to -1<k<\frac{-1}{2}\to -\pi<k\pi<\frac{-\pi}{2}\to$ یعنی در محدوده‌ی ربع ۳

$\to \cos -\pi<\cos k\pi<\cos\frac{-\pi}{2}\to -1<\cos k\pi<0\to -57/3<\cos k\pi<0\to$ یعنی در محدوده‌ی ربع چهارم



$\to$ در ناحیه‌ی ۳ و ۴