آذرین ۱۹/۲۵

تحلیل تستی

۱)

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \qquad x^2+ax+b=(x-2)^2=x^2-4x+4$$

$$b=4,\ a=-4\to a+b=0$$

۲

۲)

$$x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16} \qquad \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[-\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}}\right]=\left[-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right]=-1$$

۲

۳)

$$\lim_{x\to\frac{1}{\sqrt3}^+}\frac{-1+a}{\frac{\sqrt3}{3}x+a+a}\xrightarrow[a>-\frac13]{}\frac{a-1}{2a+\frac{\sqrt3}{3}x}\xrightarrow{\text{جایگذاری}}\frac{a-1}{2a+\frac13^+} \qquad \left[-\frac{1}{\sqrt3}\right]=-1$$

چون حد سمت راست باید به صفر میل کند

$$\lim_{x\to\frac{1}{\sqrt3}^+}\frac{-1+a}{-\frac{\sqrt3}{3}x-a+a}\xrightarrow[a<-\frac13]{}\frac{a-1}{-\frac{\sqrt3}{3}x}:\ \text{غلط}$$

۲

$$2a+\frac13\simeq 0\to a\simeq-\frac16\to[a]=\left[-\frac16\right]=-1$$

۴)

$$\lim_{x\to(-\frac12)^+}\frac{16x+9}{24x+12}=\frac{-8+9}{0^+}\simeq\frac{1}{0^+}=+\infty$$

۲

۵)

$$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\frac{4}{12}=\frac13$$

۲

۶)

$$\lim_{x\to-8}\frac{(x+8)(x+2)}{6(2+\sqrt[3]{x})}=\frac{(x+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{6}=\frac{(-6)(4+4+4)}{6}=-12$$

۲

۷)

$$\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}=\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-(1-\frac{x^2}{2})}}=\frac{(2+3x)-(2-x)}{\sqrt{\frac{x^2}{2}}\left(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}\right)}=\frac{4x}{\frac{-x}{\sqrt2}\left(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}\right)}=-$$

۲

۱۰)

$$\lim_{x\to(-1)^+}=\frac{1+k}{x^2-1}=-\infty \quad 1+k>0 \quad \boxed{k>-1}$$

$$\lim_{x\to(-1)^-}=\frac{1+2k}{x^2-1}=-\infty \quad 1+2k<0 \quad \boxed{k<-\frac12}$$

اگر $k>-1$: ۳

اگر $k<-\frac12$: ۳

۲

۹)

$$-6=\frac{a}{k}\to a=6,\ \frac{a}{2}=3 \xleftarrow{k=-1} 3=\frac{-\frac{a}{2}x^2+k+1}{kx^2}=\lim_{x\to0}\frac{k+1-\frac{ax^2}{2}}{kx^2}$$

۲

۸)

$$\lim_{x\to3a}=\frac{2\sqrt{x-3a}+3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}=\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3(x-3a)}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}$$

۱/۲۵

$$\lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲\sqrt{\cancel{x-۳a}}}{\sqrt{\cancel{x-۳a}}\,\sqrt{x+۳a}} + \frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}\,\sqrt{x+۳a}} = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + \frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}\,\sqrt{x+۳a}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}$$

$$\lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + \frac{۳(\overset{\sqrt{x-۳a}}{\cancel{x-۳a}})}{\sqrt{\cancel{x-۳a}}\,\sqrt{x+۳a}\,(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})} = \lim_{x\to ۳a^+} \left(\frac{۲}{\sqrt{۶a}} + \frac{۳\overset{۰}{\cancel{\sqrt{x-۳a}}}}{\cancel{\sqrt{x+۳a}}\,(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})}\right) = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{۶a}} + ۰$$ می‌شود $$\frac{۲}{\sqrt{۶a}} = \sqrt{\frac{۴}{۶a}} = \sqrt{\frac{۲}{۳a}}$$