

10, 29

18

کتاب 20

نیل قنبر

1- صورت عددی و متغیر جواب آن $-\infty$ است. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{2x-8}{x^2+an+b} = -\infty$

بنابراین فرج باید مثل $x=2$ فرجی مت باشد.

$\Rightarrow (n-2)^2 = n^2 - 4n + 4 = x^2 + ax + b \rightarrow a = -4$
 $b = 4$
 $a+b = -4+4 = 0$

2- صورت عددی و متغیر جواب آن $+\infty$ است. $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^3+ax+b} = +\infty$

فرج $(x - \sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{4}^2 \rightarrow a = -2\sqrt[3]{4}$
 $b = \sqrt[3]{4}^2$

$\Rightarrow \left[\frac{b}{a} \right] = \left[\frac{-2\sqrt[3]{4}^2}{-2\sqrt[3]{4}} \right] = \left[\frac{\sqrt[3]{4}^2}{-1} \right] = -2$

1, 0

3- $\lim_{x \rightarrow (+\frac{1}{\sqrt[3]{4}})^+} \frac{[-n]+a}{|\sqrt[3]{4}x+a|+a} = -\infty \Rightarrow \frac{-1+a}{|a+\frac{1}{\sqrt[3]{4}}|+a}$

فرج $a + a + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \rightarrow \frac{-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}{+\frac{1}{\sqrt[3]{4}}} = -1$
 $\Rightarrow [a] = -1$

$x > -\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{4}} > \frac{1}{x} \rightarrow -1 < \frac{\sqrt[3]{4}}{x} < 12 \rightarrow \left[\frac{\sqrt[3]{4}}{x} \right] = 12$

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{4}}^+} \frac{14x - [-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}]}{2\sqrt[3]{4}x + 12} = \frac{14x + 9}{2\sqrt[3]{4}x + 12} = \frac{1}{1} = 1$

1, 0

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^2]} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{x^2-4}{x^3-1} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{2x}{3x^2} = \frac{2}{3 \times 1} = \frac{2}{3}$

1, 1/3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+10n+14}{n^2+4\sqrt{n}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{2n+10}{4 \times \frac{1}{\sqrt[3]{n}}} = \frac{-14+10}{-1} = 4$

1, 1/3

0/0

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{r+rn} - \sqrt{r-n}}{\sqrt{1-\cos n}} \Rightarrow \frac{\sqrt{r+rn} - \sqrt{r-n}}{\frac{-2}{\sqrt{r}}} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{\frac{r}{2\sqrt{r+n}} + \frac{1}{2\sqrt{r-n}}}{-\frac{1}{\sqrt{r}}}$$

$$= \frac{\frac{r}{\sqrt{r}}}{-\frac{1}{\sqrt{r}}} = -r$$

1- جوابی باقی می ماند که در حد بی نهایت می رود

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k + \cos(\sqrt{a}x)}{kx^r} = r$$

$k = -\cos(\sqrt{a}x) \leftarrow$ جواب

$$k = -\cos 0 = -1 \Rightarrow \frac{\cos(\sqrt{a}x) - 1}{kx^r} = r \approx \frac{+\frac{1}{2}(\sqrt{a}x)^2}{+x^r} = \frac{1}{2}a = r$$

$a=4 \rightarrow \frac{a}{k} = -4$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{r\sqrt{x-ra} + \sqrt{r} - \sqrt{rva}}{\sqrt{nr-4ar}} = \frac{0}{0}$$

اگر $a=1$ و $r=1$ باشد

$$\lim_{n \rightarrow r^+} \frac{r\sqrt{x-r} + \sqrt{r} - \sqrt{rva}}{\sqrt{nr-4ar}} = \frac{r\sqrt{n-r}}{(\sqrt{n-r})(\sqrt{n+r})} = \frac{r}{\sqrt{4}}$$

$$\lim_{n \rightarrow -1} \frac{1-k[n]}{n^r-1} = -\infty$$

$\begin{cases} \frac{1+k}{0^-} = -\infty \rightarrow 1+k > 0 \\ \frac{1+rk}{0^+} = -\infty \rightarrow 1+rk < 0 \end{cases}$

$k > -1$
 $k < -\frac{1}{r}$

$$\Rightarrow -1 < k < -\frac{1}{r} \rightarrow -1 < 0 < -\frac{1}{r} \rightarrow \frac{\pi}{r} < \theta < \frac{r\pi}{r}$$

7 راه حل شما (عددگذاری) برای امتحان کتبی خوب است اما برای امثال
 اینها بهترین راه حل نیست چون جواب نهایی به سبب آن است ...

سوال 9

۲
هنگامی که n به $\sqrt[3]{4}$ میل کند صورت مثبت است بنابراین مخرج باید به صفر مثبت میل کند!
بنابراین $n = \sqrt[3]{4}$ ریشه‌ی مضاعف مخرج است!

$$(n - \sqrt[3]{4})^2 = n^2 - 2\sqrt[3]{4}n + \sqrt[3]{16} \quad \rightarrow a = -2\sqrt[3]{4} \leq -\sqrt[3]{16}$$

$$\hookrightarrow b = \sqrt[3]{16}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2^{\frac{4}{3}}}{-2 \cdot 2^{\frac{2}{3}}} = (-2)^{-\frac{1}{3}} = \frac{-1}{\sqrt[3]{2}} \xrightarrow{\sqrt[3]{2} \approx 1} \boxed{\left[\frac{b}{a}\right] = -1}$$

۳

$$n > -\frac{1}{2} \rightarrow n^2 < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{n^2} > 4 \rightarrow \frac{13}{n^2} > 12 \rightsquigarrow \left[\frac{13}{n^2}\right] = 13$$

$$\hookrightarrow -\frac{1}{n^2} < -1 \rightsquigarrow \left[-\frac{1}{n^2}\right] = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{14n + 9}{14n + 12} = \frac{-7 + 9}{-7 + 12} = \frac{2}{5} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

۵

$$\lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n^2 - 4}{n^3 - 8} = \frac{(n-2)(n+2)}{(n-2)(n^2 + 2n + 4)} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n+2}{n^2 + 2n + 4} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

۴

$$\lim_{n \rightarrow -1} \frac{(n+2)(n+1)}{4(2 + \sqrt[3]{n})} \times \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n} + 1}{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n} + 1} = \lim_{n \rightarrow -1} \frac{(-1+2)(n+1) \times 12}{4(n+1)} = \boxed{-12}$$

$$\lim_{n \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} \sqrt[n]{n + \sqrt{a}}} + \frac{\sqrt[n]{(\sqrt{n} - \sqrt{\sqrt{a}})}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} \sqrt[n]{n + \sqrt{a}}} = \lim_{n \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} \sqrt[n]{n + \sqrt{a}}} + \frac{\sqrt[n]{(\sqrt{n} - \sqrt{\sqrt{a}})}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} \sqrt[n]{n + \sqrt{a}}} \times \frac{\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}}}{\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} \sqrt[n]{n + \sqrt{a}} (\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}})} = \lim_{n \rightarrow \sqrt{a}^+} \left(\frac{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} (\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}})} + \frac{\sqrt[n]{\sqrt{n} - \sqrt{\sqrt{a}}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} (\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}})} \right) = \lim_{n \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} (\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}})} + \dots \rightsquigarrow \frac{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}}}{\sqrt[n]{n - \sqrt{a}} (\sqrt{n} + \sqrt{\sqrt{a}})} = \sqrt[n]{\frac{n - \sqrt{a}}{(n - \sqrt{a}) (n + \sqrt{a})}} = \sqrt[n]{\frac{1}{n + \sqrt{a}}}$$