مهرنیا ریاضی — دوازدهم دختر B — ۲۰ آفرین

۱

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \longrightarrow (x-2)^2=x^2-4x+4 \qquad a=-4,\ b=4 \qquad a+b=0$$

۲

۲

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \longrightarrow (x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16}=x^2-2\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16}$$

$$a=-2\sqrt[3]{4} \qquad b=\sqrt[3]{16} \qquad \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=-1$$

۲

۳

$$\lim\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \qquad \frac{-1+a}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a} \qquad a-1<0 \quad a<1$$

$$\rightsquigarrow \frac{1}{3}+2a=0 \qquad a=-\frac{1}{6} \qquad [a]=-1$$

۲

۴

$$\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\frac{14x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} \qquad x>-\frac{1}{2} \quad x^2<\frac{1}{4} \quad \frac{1}{x^2}>4 \quad \frac{-2}{x^2}<-8$$

$$\frac{3}{x^2}>12$$

$$\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\frac{14x+9}{24x+12}=\frac{-8+9}{12(2x+1)}=\frac{1}{12\times 0^+}=+\infty$$

۲

۵

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} \qquad x>2 \quad x^3>8$$

$$\lim\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\frac{(x+2)}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

۲

۶

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt[3]{x})}\times\frac{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}=\frac{(x+2)(4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{6}=\frac{(-6)(12)}{6}=-12$$

۲

۷

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}=\frac{4x}{\frac{|x|}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}\right)}=\frac{-4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=-2$$

$$1-\cos x\sim 1-\frac{x^2}{2} \qquad \sqrt{1-\cos x}=\sqrt{1-\left(1-\frac{x^2}{2}\right)}=\frac{|x|}{\sqrt{2}}$$

۲

۸

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}=3 \longrightarrow \frac{k+\left(1-\frac{ax^2}{2}\right)}{kx^2}=\frac{-1+1-\frac{ax^2}{2}}{-x^2}=\frac{a}{2}=3$$

$$k+\cos(0)=0 \qquad k+1=0 \qquad k=-1$$

$$\boxed{a=6}$$

۲

۹

$$\lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳\sqrt{x}-\sqrt{۲۷a}}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}} = \frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{(\sqrt{x-۳a})(\sqrt{x+۳a})} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}$$

$$\frac{(۲\sqrt{x-۳a})(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})+۳(x-۳a)}{(\sqrt{x-۳a})(\sqrt{x+۳a})(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})} = \frac{\cancel{(\sqrt{x-۳a})}(۲\sqrt{x}+۲\sqrt{۳a}+۳\sqrt{x-۳a})}{\cancel{(\sqrt{x-۳a})}(\sqrt{x+۳a})(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})}$$

$$\frac{۲\sqrt{۳a}+۲\sqrt{۳a}+۰}{۲\sqrt{۳a}\times\sqrt{۶a}} = \frac{۴\sqrt{۳a}}{۲\sqrt{۳a}\times\sqrt{۶a}} = \frac{۲}{\sqrt{۶a}}$$

۱۰

$$\lim_{x\to -۱} \frac{۱-k[x]}{x^۲-۱} = -\infty$$

$-۱^+ \rightarrow \dfrac{۱+k}{(x-۱)(x+۱)} = -\infty \qquad ۱+k>۰ \qquad k>-۱$

$-۱^- \rightarrow \dfrac{۱+۲k}{(x-۱)(x+۱)} = -\infty \qquad ۱+۲k<۰ \qquad k<\dfrac{-۱}{۲}$

$$-۱<k<\frac{-۱}{۲} \longrightarrow -\pi<k\pi<\frac{-\pi}{۲}$$

ناحیه سوم

$$\cos(-\pi)<\cos k\pi<\cos\left(\frac{-\pi}{۲}\right) \longrightarrow \boxed{-۱<\cos k\pi<۰}$$
