شماره تکلیف = ۲۰   سوگند زادحال

(۱)

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-a}{x^2+ax+b}=-\infty \qquad x^2+ax+b \Rightarrow 4+2a+b=0$$

دارای $x=2$ صفر است $2a+b=-4$

$$\lim_{x\to 2}\frac{2(2)-a}{0^+}=-\infty \qquad x^2+ax+b=(x-2)^2 \,,\; x^2-4x+4 \Rightarrow a=-4,\; b=4$$

$$a+b=-4+4=0$$

(۲)

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b} \Rightarrow \underbrace{x^2+ax+b}_{(+)}$$

، $x=\sqrt[3]{4}$ دارای ریشه مضاعف است

$$\Rightarrow x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16}$$

$$a=-2\sqrt[3]{4},\quad b=\sqrt[3]{16} \Rightarrow \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{-32}}\right]=\left[\sqrt[3]{\frac{-1}{2}}\right]=-1$$

(۳)

$$\lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{2}x+a\right|+a}=-\infty \Rightarrow \lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+}\frac{\left[-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}+a\right|+a}=-\infty \Rightarrow \lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+}\frac{a-1}{|\sqrt{3}+a|+a}=-\infty$$

$$|\sqrt{3}+a|+a=0 \quad \begin{cases} (1)\;\sqrt{3}+a+a=0 \\ \quad a=-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ (2)\;\sqrt{3}=0 \;\times \end{cases} \Rightarrow a=-\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]=-1$$

(۴)

$$\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} \Rightarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right]_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}=-1 \qquad \left[\frac{3}{x^2}\right]_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}=0 \qquad \lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\frac{16x+1}{24x}=\frac{-7}{12}$$

(۵)

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} \Rightarrow [x^3]_{x\to 2^+}=[8^+]=8 \Rightarrow \lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{x^3-8}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+4+2x)}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x^2+4+2x}=\frac{4}{4+4+4}=\frac{1}{3}$$

(۶)

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{x^2+10x+16\,(144+36\sqrt[3]{x^2}-72\sqrt[3]{x})}{(12+6\sqrt[3]{x})(144+36\sqrt[3]{x^2}-72\sqrt[3]{x})}=\frac{(x+8)(x+2)(144+36\sqrt[3]{x^2}-72\sqrt[3]{x})}{(12)^3+(6)^3\times x}=$$

$$\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)(144+36\sqrt[3]{x^2}-72\sqrt[3]{x})}{6^3}=\frac{-6(144+36\times 4+72\times 2)}{6^3}=\frac{6^3(\cancel{x+2^3})}{x+8}\quad\frac{-6\times 3\times 144}{6^3}=\frac{-\cancel{3}\times\cancel{144}}{\cancel{36}}=-12$$

جواب آخر $=-12$

(۷)

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{\underbrace{1-\cos x}_{2\sin^2\frac{x}{2}}}=\frac{4x}{2\sin^2\frac{x}{2}} \Rightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{4x}{2\times\frac{x^2}{4}}=8x \qquad \lim_{x\to 0^-}=8x=0$$

(۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{x+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^2}\xrightarrow{\text{هوپیتال}}\frac{-\sqrt{a}\,\sin(\sqrt{a}\,x)}{2kx}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\frac{-\sqrt{a}\times\sqrt{a}\,x}{2kx}$$

$$\frac{-a}{2k}=3 \Rightarrow \frac{a}{k}=-6$$

$x \to +\infty \quad x$

اسکندری

۹

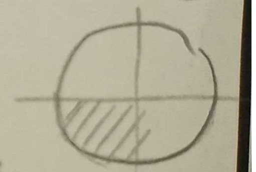
$$\lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲\sqrt{x-۳a} + ۳\sqrt{x} - \sqrt{۲۷a}}{\sqrt{x^۲ - ۹a^۲}} = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲\sqrt{x-۳a}}{(\sqrt{x-۳a})(\sqrt{x+۳a})} + \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{(\sqrt{x-۳a})(\sqrt{x+۳a})}$$

$$\lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{x+۳a}} + \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۳(\sqrt{x-۳a})^۲}{(\sqrt{x-۳a})(\sqrt{x+۳a})(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})} = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{۲}{\sqrt{x+۳a}} + 0 = \frac{۲}{\sqrt{۶a}}$$

۱۰

$$\lim_{x\to(-1)} \frac{1-k[x]}{x^۲-1} = -\infty \qquad \lim_{x\to(-1)^+} \frac{1+k}{\cancel{x^۲-1}\ (x-1)(x+1)} = -\infty \qquad 1+k>0 \quad k>-1$$

$$[x] = -1$$



$$-1 < k < -\frac{1}{۲}$$

$$\lim_{x\to(-1)^-} \frac{1+۲k}{(x-1)(x+1)} = -\infty \Rightarrow 1+۲k<0 \quad k<-\frac{1}{۲} \qquad -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{۲}$$

$$[x] = -۲$$

(ناحیه سوم

$$-1 < \cos k\pi < 0$$