نام: دینا احمدی شماره کلاس: ۲۰ مقطع: دوازدهم ریاضی B ۱۸/۷۵

---

① $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = \frac{-1}{x^2+ax+b} = -\infty \to (x-2)^2 = x^2-4x+4 \to a+b = 4-4 = \boxed{0}$ ۲

---

② $\lim\limits_{x\to(\sqrt[3]{2})} \frac{x}{x^2+ax+b} = \frac{x}{(x-\sqrt[3]{2})^2} \to x^2 - \underbrace{2\sqrt[3]{2}}_{a}\,x + \underbrace{\sqrt[3]{2^2}}_{b} \to [\frac{b}{a}] = \boxed{-1}$ ۲

---

③ $\lim\limits_{x\to(\frac{1}{\sqrt2})^+} \frac{a-1}{|\frac{\sqrt2}{2}x+a|+a} = \lim\limits_{x\to(\frac{1}{\sqrt2})^+} \frac{a-1}{|\frac12+a|+a} = +\infty \to \frac12+a+a=0 \to a=\frac{-1}{4} \to [a] = \boxed{-1}$ ۲

---

④ $\lim\limits_{x\to(-\frac12)^+} \frac{16x-[-\frac{2}{x^2}]}{24x+[\frac{2}{x^2}]} = \lim\limits_{x\to(-\frac12)^+} \frac{16x-[-8^+]}{24x+[12^-]} = \frac{16x+8}{24x+12} = \frac{8\cancel{(2x+1)}}{12\cancel{(2x+1)}} = \boxed{\frac23}$ ۱/۵

0^+

با نامساوی معادله حل کن که بی‌دقتی نکنی!

---

⑤ $\lim\limits_{x\to2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \lim\limits_{x\to2^+} \frac{x^2-4}{x^3-8} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{x+2}{x^2+2x+4} = \boxed{\frac13}$ ۲

---

⑥ $\lim\limits_{x\to-8} \frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} = \frac{(x+2)(x+8)}{2(2+\sqrt[3]{x})} = \frac{(x+2)(4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})(2+\sqrt[3]{x})}{2(x+\sqrt[3]{x})} = \frac{(x+2)(4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{2}$ ۲

$= -3(4-4+\sqrt[3]{64}) = \boxed{-12}$

---

⑦ $\lim\limits_{x\to0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} = \frac{2+3x-2+x}{\sqrt{\underbrace{1-\cos x}_{2\sin^2\frac{x}{2}}}\times2\sqrt2} = \frac{4x}{2\sqrt2\times\sqrt2\,|\sin\frac{x}{2}|} = \frac{4\times\frac{x}{2}}{-2\sin\frac{x}{2}} = \boxed{-2}$ ۲

---

⑧ $\lim\limits_{x\to0} \frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = \lim\limits_{x\to0} \frac{k+(1-\frac{ax^2}{2})}{kx^2} = \frac{2k+2-ax^2}{2kx^2} = 3 \to 2k+2=0 \to k=-1$

$\frac{-a}{2k} = 3 \to a=6$ ۲

$\frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = \boxed{-6}$

---

⑨ $a>0$: شرط $\to a=1 \to \lim\limits_{x\to3^+} \frac{2\sqrt{x-2}+3\sqrt{x}-\sqrt{27}}{\sqrt{x^2-9}} \xrightarrow{H.op} \frac{\frac{2}{2\sqrt{x-2}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{x^2-9}}} = \frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-2}}{2\sqrt{x-2}\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x^2-9}$

راه حل تستی!

$= \frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-2}}{2\sqrt{x-2}\sqrt{x}} \times 2\sqrt{x-2}\sqrt{x+3} = \frac{2\sqrt3}{3\sqrt3} \times 3\sqrt6 = \boxed{2\sqrt6}$ ۱/۵

---

⑩ $\lim\limits_{x\to-1} \frac{1-k[x]}{x^2-1}$

$-1^+ : \frac{1+k}{0^-} = -\infty \to 1+k>0 \to k>-1$

$-1^- : \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \to 1+2k<0 \to k<-\frac12$

$\to -1<k<-\frac12$ ۱/۷۵

$(k\pi, \cos k\pi) \xrightarrow{k=-1} (-\pi, \cos-\pi)$; $\xrightarrow{k=-\frac12} (-\frac{\pi}{2}, \cos-\frac{\pi}{2})$ $\xrightarrow{\cap} (-\frac{\pi}{2}, \cos-\pi) \to$ ناحیه ۴

ناحیه سوم هر ۲ منفی اند

4

$$x > -\frac{1}{2} \rightarrow x^2 < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2} > 4 \rightarrow \frac{3}{x^2} > 12 \rightsquigarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12$$

$$\hookrightarrow -\frac{2}{x^2} < -8 \rightsquigarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -9$$

$$\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{16x + 9}{24x + 12} = \frac{-8 + 9}{-12^+ + 12} = \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

9

راه حل شما (عددگذاری) برای امتحان تستی خوب است اما برای امتحان نهایی بهترین راه حل نیست چون جواب نهایی برحسب a است ...

$$\lim_{x \to 3a^+} \frac{2\cancel{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} = \lim_{x \to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{3a}}{\sqrt{x} + \sqrt{3a}}$$

$$\lim_{x \to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3(\cancel{x-3a})^{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}(\sqrt{x} + \sqrt{3a})} = \lim_{x \to 3a^+} \left(\frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3\cancel{\sqrt{x-3a}}^{\,0}}{\cancel{\sqrt{x+3a}}(\sqrt{x} + \sqrt{3a})}\right) = \lim_{x \to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + 0 \rightsquigarrow \frac{2}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

10

$$\lim_{x \to -1} \frac{1 - k[x]}{x^2 - 1} = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \to (-1)^+} \frac{1 - k(-1)}{0^-} = -\infty \rightarrow 1 + k > 0 \rightarrow k > -1$$

$$\hookrightarrow \lim \frac{1 - k(-2)}{0^+} = -\infty \rightarrow 1 + 2k < 0 \rightarrow k < -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow -1 < k < -\frac{1}{2} \quad \begin{cases} -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2} \\ -1 < \cos k\pi < 0 \end{cases}$$

مولفه های اول و دوم هردو منفی هستند پس در ناحیه ی سوم است!