صبا وفازاده تکلیف شماره ۲۰ دوازدهم دختر B ۱۹٫۵ آفرین

(۱
$x=2 \to 4+2a+b=0$ $\quad b=4 \quad a+b=-4+4=0$

$y=x^2+ax+b \to y'=2x+a \xrightarrow{x=2} 4+a=0 \quad a=-4$

به ازای $x=2$ هم خود مخرج صفر می‌شود هم مشتق آن.

۲

(۲
$(\sqrt[3]{4})^2+a(\sqrt[3]{4})+b=0 \quad y=x^2+ax+b \to y'=2x+a \quad 2\sqrt[3]{4}+a=0 \quad a=-2\sqrt[3]{4}$

$b=\sqrt[3]{16} \quad \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=-1$

۲

(۳
$x>\frac{1}{\sqrt3} \to -x<-\frac{1}{\sqrt3} \to [-x]=-1 \quad \lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt3})^+}\frac{[-x]+a}{|\frac{\sqrt3}{3}x+a|+a}=\frac{-1+a}{|\frac{\sqrt3}{3}(\frac{1}{\sqrt3})+a|+a}=-\infty$

$|\frac13+a|+a=0 \quad |\frac13+a|=-a \quad -2a=\frac13 \quad a=-\frac16 \quad [-\frac16]=-1$

۲

(۴
$x>-\frac12 \quad x^2<\frac14 \quad \frac{1}{x^2}>4 \quad \frac{2}{x^2}>8 \quad \frac{-2}{x^2}<-8 \quad \frac{3}{x^2}>12$

$\lim_{x\to(-\frac12)^+}\frac{16x-[-\frac{2}{x^2}]}{24x+[\frac{3}{x^2}]}=\frac{-8-(-9)}{(-12)^++12}=\frac{1}{0^+}=+\infty$

۲

(۵
$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}=\lim_{x\to}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\lim_{x\to2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to2^+}\frac{x+2}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac13$

۲

(۶
$\lim_{x\to-8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{hop} \lim_{x\to-8}\frac{2x+10}{\frac{6}{3\sqrt[3]{x^2}}}=\frac{2(-8)+10}{\frac12}=-12$

۲

(۷
$\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}=\lim_{x\to0^-}\frac{2+3x-2+x}{(\sqrt{1-\cos x})(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}=\lim_{x\to0^-}\frac{4x}{(\frac{x^2}{2})(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}$

$=\lim_{x\to0^-}\frac{4}{(\frac{x}{2})\times2\sqrt2}=\frac{4}{0^-}=-\infty$

۱٫۵

(۸
$\lim_{x\to0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} \xrightarrow{hop} \lim_{x\to0}\frac{-\sqrt{a}\sin(\sqrt{a}x)}{2kx}=\lim_{x\to0}\frac{-\sqrt{a}(\sqrt{a}x)}{2kx}=\frac{-a}{2k}=3 \quad \frac{a}{k}=-6$

۲

(۹
$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \xrightarrow{hop} \lim_{x\to(3a)^+}\frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}-0}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-9a^2}}}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x^2-9a^2})}{x(2\sqrt{x})(\sqrt{x-3a})}$

۲

$=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{x(2\sqrt{x})(\sqrt{x-3a})}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{x(2\sqrt{x})}=\frac{(2\sqrt{3a}+0)(\sqrt{6a})}{3a(2\sqrt{3a})}=\frac{\sqrt6}{3\sqrt a}$

$=\sqrt{\frac{2}{3a}}$

(۱۰
$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1}$

$(-1)^+: \quad \frac{1-k(-1)}{1^--1}=\frac{1+k}{0^-}=-\infty \quad k+1>0 \quad k>-1$

$(-1)^-: \quad \frac{1-k(-2)}{1^+-1}=\frac{1+2k}{0^+}=-\infty \quad 2k+1<0 \quad k<-\frac12$

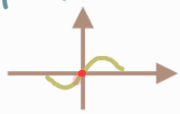
$-1<k<-\frac12 \quad -\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}$

۲

$\cos k\pi<0 \longrightarrow$ ناحیه سوم

۷

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۱-\cos x}} \times \frac{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}} \times \frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\sqrt{۱+\cos x}} =$$



$$\lim_{\to ۰^-} \frac{۴x \times \sqrt{۲}}{\sqrt{۱-\cos^۲ x}} \times \frac{۱}{۲\sqrt{۲}} = \lim_{x\to ۰} \frac{۴\sqrt{۲}\; x}{\underset{\sin}{\cancel{|\sin x|}}\; ۲\sqrt{۲}} = ۲ \times \frac{x}{-\sin x} = \boxed{-۲}$$