صبا و فارازده تکلیف شماره ۲۰ دوازدهم دختر B

۱)

$x=2 \to 4+2a+b=0 \qquad b=4 \qquad a+b=-4+4=0$

$y=x^2+ax+b \to y'=2x+a \xrightarrow{x=2} 4+a=0 \qquad a=-4$

به ازای $x=2$ هم خود مخرج صفر می‌شود هم مشتق آن.

۲)

$(\sqrt[3]{4})^2+a(\sqrt[3]{4})+b=0 \qquad y=x^2+ax+b \to y'=2x+a \qquad 2\sqrt[3]{4}+a=0 \qquad a=-2\sqrt[3]{4}$

$b=\sqrt[3]{16} \qquad \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=-1$

۳)

$x>\frac{1}{\sqrt{3}} \to -x<-\frac{1}{\sqrt{3}} \to [-x]=-1 \qquad \lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=\frac{-1+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}(\frac{1}{\sqrt{3}})+a\right|+a}=-\infty$

$\left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0 \qquad \left|\frac{1}{3}+a\right|=-a \qquad -2a=\frac{1}{3} \qquad a=-\frac{1}{6} \qquad \left[-\frac{1}{6}\right]=-1$

۴)

$x>-\frac{1}{2} \qquad x^2<\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{x^2}>4 \qquad \frac{2}{x^2}>8 \qquad \frac{-2}{x^2}<-8 \qquad \frac{3}{x^2}>12$

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}=\frac{-8-(-9)}{(-12)^++12}=\frac{1}{0^+}=+\infty$

۵)

$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}=\lim_{x\to}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\lim_{x\to2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to2^+}\frac{x+2}{x^2+2x+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

۶)

$\lim_{x\to-8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}\xrightarrow{hop}\lim_{x\to-8}\frac{2x+10}{\frac{6}{3\sqrt[3]{x^2}}}=\frac{2(-8)+10}{\frac{1}{2}}=-12$

۷)

$\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}=\lim_{x\to0^-}\frac{2+3x-2+x}{(\sqrt{1-\cos x})(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}=\lim_{x\to0^-}\frac{4x}{(\frac{x^2}{2})(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})}$

$=\lim_{x\to0^-}\frac{4}{(\frac{x}{2})\times2\sqrt{2}}=\frac{4}{0^-}=-\infty$

۸)

$\lim_{x\to0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}\xrightarrow{hop}\lim_{x\to0}\frac{-\sqrt{a}\sin(\sqrt{a}x)}{2kx}=\lim_{x\to0}\frac{-\sqrt{a}(\sqrt{a}x)}{2kx}=\frac{-a}{2k}=3 \qquad \frac{a}{k}=-6$

۹)

$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}\xrightarrow{hop}\lim_{x\to(3a)^+}\frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}-0}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-9a^2}}}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x^2-9a^2})}{x(2\sqrt{x})(\sqrt{x-3a})}$

$=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{x(2\sqrt{x})(\sqrt{x-3a})}=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{x(2\sqrt{x})}=\frac{(2\sqrt{3a}+0)(\sqrt{6a})}{3a(2\sqrt{3a})}=\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{a}}$

$=\sqrt{\frac{2}{3a}}$

۱۰)

$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1}$

$(-1)^+: \quad \frac{1-k(-1)}{1^--1}=\frac{1+k}{0^-}=-\infty \qquad k+1>0 \qquad k>-1$

$(-1)^-: \quad \frac{1-k(-2)}{1^+-1}=\frac{1+2k}{0^+}=-\infty \qquad 2k+1<0 \qquad k<-\frac{1}{2}$

$-1<k<-\frac{1}{2} \qquad -\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}$

$\cos k\pi<0$

$\longrightarrow$ ناحیه سوم