نیما امیری نیا ۱۹٫۷۵ تکلیف ۲۰

۱)
$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty$$

$$\begin{cases}\lim_{x\to 2} x^2+ax+b=0\\ x^2+ax+b \text{ در همسایگی ۲ مثبت است}\end{cases}\rightarrow x^2+ax+b=(x-2)^2=x^2-4x+4 \rightarrow \boxed{a=-4},\ \boxed{b=4}$$

$$a+b=-4+4=0$$

۲)
$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty$$

$$\begin{cases}\lim_{x\to\sqrt[3]{4}} x^2+ax+b=0\\ x^2+ax+b \text{ در همسایگی } \sqrt[3]{4} \text{ مثبت است چون صورت کسر مثبت است.}\end{cases}\rightarrow x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16}$$

$$a=-2\sqrt[3]{4}$$
$$b=\sqrt[3]{16}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{\cancel{2\sqrt[3]{2}}}{\cancel{-2\sqrt[3]{2}}\times\sqrt[3]{2}}=-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\rightarrow\boxed{\left[\frac{-1}{\sqrt[3]{2}}\right]=-1}$$

۳)
$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty=\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}$$

$$\left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0$$

$$\left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0 \begin{cases} a<-\frac{1}{3}: & -\frac{1}{3}-a+a=0 \ \cancel{\alpha}\\ a>-\frac{1}{3}: & 2a+\frac{1}{3}=0\rightarrow \boxed{a=\frac{-1}{6}}\rightarrow [a]=-1\end{cases}$$

۴) $\lim\limits_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \dfrac{14x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} = \lim\limits_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \dfrac{14x+9}{24x+12} = \dfrac{1}{0^+} = +\infty$

۲

---

۵) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{x^2-4}{x^3-8} = \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}\right) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

۲

---

۶) $\lim\limits_{x\to -8} \dfrac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} = \dfrac{0}{0} \xrightarrow{hop} = \lim\limits_{x\to -8} \dfrac{2x+10}{2x\, x^{-\frac{2}{3}}}$

$= \lim\limits_{x\to -8} (x+5)x^{\frac{2}{3}} = \boxed{-12}$

۲

---

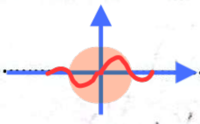
۷) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \dfrac{\text{مزدوج صورت}}{\text{〃}} \times \dfrac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{〃}}$

۱٫۷۵

$= \dfrac{4x \times \sqrt{1+\cos x}}{|\sin x| \times (\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})} = \dfrac{4\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = \boxed{-2}$

$=4$

$|\sin x|\ ,\ \sin x<0 \to -\sin x$



---

۸) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3$

$\lim\limits_{x\to 0} k+\cos(\sqrt{a}x) = 0 \leadsto k+1=0 \to \boxed{k=-1}$

۲

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(\sqrt{a}x)-1}{-x^2} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{-\frac{1}{2}(\sqrt{a}x)^2}{-x^2} = \dfrac{a\cancel{x^2}}{2\cancel{x^2}} = \dfrac{a}{2}\right) = 3$

$\dfrac{a}{2}=3 \to a=6 \qquad \dfrac{a}{k} = \boxed{-6}$

(۹

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}\ \xrightarrow[hop]{\frac{0}{0}}\ \frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{x}{\sqrt{x^2-9a^2}}}$$

$$=\lim_{x\to 3a^+}\frac{\frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a}}{(2\sqrt{x})\cancel{(\sqrt{x-3a})}}}{\frac{x}{\cancel{(\sqrt{x-3a})}(\sqrt{x+3a})}}=\lim_{x\to 3a^+}\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{2x\sqrt{x}}$$

۲

$$=\frac{\sqrt{6a}}{3a}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3a}}$$

(۱۰

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty$$

$$\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=\frac{1+k}{0^-}=-\infty \to 1+k>0\to \boxed{k>-1}$$

$$\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=\frac{1+2k}{0^+}=-\infty \to 1+2k<0\to k<\frac{-1}{2}$$

$$-1<k<\frac{-1}{2}\ \to\ -\pi<k\pi<\frac{-\pi}{2}$$

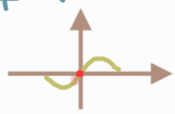
ب

چون طول نقاط‌ها منفی در ناحیه ۲ یا ۳

$\cos k\pi<0$

و چون عرض نقاط هم منفی $\boxed{\text{در ناحیه ۳}}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{۲+۳x} - \sqrt{۲-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{۲+۳x} + \sqrt{۲-x}}{\sqrt{۲+۳x} + \sqrt{۲-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} =$$



$$\lim_{x \to 0^-} \frac{۴x \times \sqrt{۲}}{\sqrt{1-\cos^2 x}} \times \frac{1}{۲\sqrt{۲}} = \lim_{x \to 0} \frac{۴\sqrt{۲}\; x}{\underset{\sin x}{\cancel{|\sin x|}}\; ۲\sqrt{۲}} = ۲ \times \frac{x}{-\sin x} = \boxed{-۲}$$