ایمیا امیری نیا

تکلیف ۲۰

۱) $\lim_{x\to 2} \frac{2x-a}{x^2+ax+b} = -\infty$

$\begin{cases} \lim_{x\to 2} x^2+ax+b = 0 \\ x^2+ax+b \text{ همسایگی ۲ مثبت است} \end{cases} \rightarrow x^2+ax+b = (x-2)^2 = x^2-4x+4$

$a=-4$ ، $b=4$

$a+b = -4+4 = 0$

۲) $\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty$

$\begin{cases} \lim_{x\to \sqrt[3]{4}} x^2+ax+b = 0 \\ x^2+ax+b \text{ همسایگی } \sqrt[3]{4} \text{ مثبت است چون صورت کسر مثبت است.} \end{cases} \rightarrow x^2+ax+b = (x-\sqrt[3]{2})^2 = x^2-2\sqrt[3]{2}x+\sqrt[3]{16}$

$a = -2\sqrt[3]{4}$

$b = \sqrt[3]{16}$

$\frac{b}{a} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}\times\sqrt[3]{4}} = \frac{-1}{\sqrt[3]{2}} \rightarrow \left[\frac{-1}{\sqrt[3]{2}}\right] = -1$

۳) $\lim_{x\to \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^+} \frac{[-x]+a}{\left[\frac{\sqrt[3]{2}}{3}x+a\right]+a} = -\infty = \lim_{x\to \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^+} \frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}$

$\left|\frac{1}{3}+a\right|+a = 0$

$a < -\frac{1}{3}$: $-\frac{1}{3}-a+a=0$ ✗

$a > -\frac{1}{3}$: $2a+\frac{1}{3}=0 \rightarrow a=-\frac{1}{6}$

$[a] = -1$

۴) $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{14x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}{12x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} = \lim_{x\to(\frac{1}{2})^+} \frac{14x+9}{12x+11} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

۵) $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-3}{x^2-[x^2]} = \lim_{x\to 1^+}\left(\frac{x^2-3}{x^3-1} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x^2+2x+3)}\right) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

۶) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+10x+17}{12+\sqrt[3]{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{H.O.P}} = \lim_{x\to -1} \frac{2x+10}{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}}$

$= \lim_{x\to -1} \frac{(x+5)x^{\frac{2}{3}}}{} = -12$

۷) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \propto \frac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج صورت}}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{4x \propto \sqrt{1+\cos x}}{\sin x \propto (\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x})} = \frac{4\propto\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 2$

$= 4$

۸) $\lim_{x\to 0} \frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3$

$\lim_{x\to 0} k+\cos(\sqrt{a}x) = 0 \rightsquigarrow k+1=0 \to k=-1$

$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(\sqrt{a}x)-1}{-x^2} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{-\frac{1}{2}(\sqrt{a}x)^2}{x^2} = \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2}\right) = 3$

$\frac{a}{2} = 3 \to a = 6 \qquad \frac{a}{k} = -6$

۹) $\lim_{x\to(\sqrt{3}a)^+} \frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{12a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \overset{\text{hop}}{\to} \frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{x}{\sqrt{x^2-9a^2}}}$

$= \lim_{x\to 3a^+} \frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a}}{\frac{(2\sqrt{x})(\sqrt{x-3a})}{x}} = \lim_{x\to 3a^+} \frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})(\sqrt{x+3a})}{2x\sqrt{x}}$

$= \frac{\sqrt{6a}}{3a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3a}}$

---

۱۰) $\lim_{x\to(-1)} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$

$\lim_{x\to(-1)^+} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = \frac{1+k}{0^-} = -\infty \to 1+k>0 \to k>-1$

$\lim_{x\to(-1)^-} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \to 1+2k<0 \to k<\frac{-1}{2}$

$-1<k<\frac{-1}{2} \to -\pi<k\pi<\frac{-\pi}{2}$

چون طول نقاط همگی در ناحیه ۲ یا ۳

$\cos k\pi<0$

و چون عرض نقاط هم منفی در ناحیه ۳