تکلیف شماره ۲ حد

به نام خدا

دهم تجربی
دوازدهم تجربی B

۱۹/۷۵ ★★★ آفرین

(۱)

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$$

حد صورت: $\lim_{x\to 2} (2x-5) = -1 < 0$ منفی

حد مخرج صفر بوده است $= (x-2)^2 \Rightarrow$ مخرج $= x^2-4x+4$ ۲

$\longrightarrow a=-4,\ b=+4$

$a+b=0$

---

(۲)

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty$$

مثبت است ← حد صورت
پس حد مخرج نیز باید $0^+$ باشد

۲

$x^2+ax+b = (x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16} \Longrightarrow a=-2\sqrt[3]{4},\ b=+\sqrt[3]{16}$

$\left[\frac{b}{a}\right] = \left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right] = \left[\frac{\sqrt[3]{4}}{-2}\right] = -1$

---

(۳)

$$\lim_{x\to (\frac{1}{\sqrt{3}})^+} \frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a} = -\infty$$

حد مخرج: $\left|\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}+a\right|+a=0$

$\left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0 \longrightarrow$ ۲

$-a=\left|a+\frac{1}{3}\right| \xrightarrow{(\ )^2}$ به توان ۲

$a^2=a^2+\frac{2}{3}a+\frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2}{3}a=\frac{-1}{9}$

$\boxed{a=\frac{-1}{6}}$

$[a]=\left[\frac{-1}{6}\right]=-1$

---

(۴)

$$\lim_{x\to(\frac{-1}{2})^+} \frac{14x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} = \lim_{x\to(\frac{-1}{2})^+}\left(\frac{14x+9}{24x+12} = \frac{1}{24x+12}\right) = +\infty$$ ۲

$x>\frac{-1}{2} \to x^2<\frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2}>4 \to \frac{-1}{x^2}<-4 \to \frac{-2}{x^2}<-8 \longrightarrow$ حاصل براکت $=-9$

$x>\frac{-1}{2} \to x^2<\frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2}>4 \to \frac{3}{x^2}>12 \longrightarrow$ حاصل براکت مخرج $=12$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \lim_{x\to 2^+}\left(\frac{x^2-4}{x^3-8} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}\right) = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$$ ۵

۲

---

$$\lim_{x\to -8}\left(\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \overset{\div\text{صفر}}{=} \frac{(x+2)(x+8)}{6(\sqrt[3]{x}+2)} \times \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}{\text{〃 〃 〃}}\right)\right) =$$ ۶

$$\lim_{x\to -8} \frac{(x+2)\cancel{(x+8)}(12)}{\cancel{6}\cancel{(x+8)}} = \lim_{x\to -8} 2x+4 = -12$$

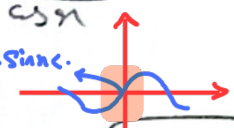
۲

---

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \overset{\div\text{صفر}}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\text{〃 〃 〃}} \times \frac{\text{〃 〃 〃}}{\sqrt{1+\cos x}} =$$ ۷

۱٫۵

$x\to 0^- \to \sin x<0$



$$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{4x}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{-\sin x}\right) = \frac{4\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -2$$

---

$$\lim_{x\to 0} \frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3 \xrightarrow{hop} \lim_{x\to 0} \frac{-\sin(\sqrt{a}x)}{2kx} = 3 \xrightarrow{hop}$$ ۸

$\boxed{\frac{0}{k} = ?}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{-\cos(\sqrt{a}x)}{2k} = 3 \Rightarrow \frac{-1}{2k} = 3 \to 6k = -1 \to k = \frac{-1}{6}$$

همچنین :

$$\lim_{x\to 0} \frac{-\sin(\sqrt{a}x)}{\frac{-2}{6}x} = 3 \to \lim_{x\to 0} \frac{\sin(\sqrt{a}x)}{x} = \sqrt{a} = 1 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$\frac{a}{k} = \frac{1}{\frac{-1}{6}} = -6$$

۲

(9) $(a>0)$

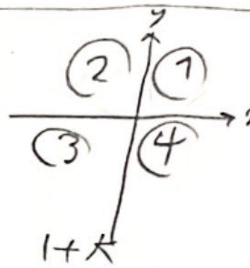
$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}\overset{hop}{=}\lim_{x\to 3a^+}\frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}}+\frac{3}{2\sqrt{x}}-0}{\frac{x}{\sqrt{x^2-9a^2}}}=$$

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{\frac{2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a}}{(2\sqrt{x})(\sqrt{x-3a})}}{\frac{x}{\sqrt{x^2-9a^2}}}=\frac{(2\sqrt{x}+3\sqrt{x-3a})\cancel{(\sqrt{x-3a})}(\sqrt{x+3a})}{2\sqrt{x}\times x\times\cancel{\sqrt{x-3a}}}=$$

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{\cancel{(2\sqrt{3a})}(\sqrt{6a})}{\cancel{(2\sqrt{3a})}\times 3a}=\frac{\sqrt{6a}}{3a}=\sqrt{\frac{6a}{9a^2}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

---

(10) $\lim_{x\to -1}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty$ $(k\pi , \cos k\pi)$ در کدام ناحیه ؟




$$\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1+k}{x^2-1}=\frac{1+k}{0^-}=-\infty\to 1+k>0$$

$\boxed{k>-1}$ I

$$\lim_{x\to(-1)^-}\left(\frac{1-k[x]}{x^2-1}=\frac{1+2k}{0^+}\right)=-\infty\to 1+2k<0\to 2k<-1$$

$\boxed{k<\frac{-1}{2}}$ II

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}:\ k\in(-1,\frac{-1}{2})$

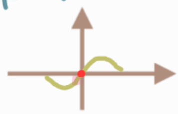
طول نقاط $= k\pi \xrightarrow{-1<k<\frac{-1}{2}} -\pi<k\pi<\frac{-\pi}{2}$

عرض نقاط $= \cos k\pi \xrightarrow{-1<k<\frac{-1}{2}} -1<\cos k\pi<0$

طول نقاط و عرض نقاط منفی هستند لذا نقاط در ناحیه سوم قرار دارند.

$\underline{۷}$

$$\lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt{۲+۳x} - \sqrt{۲-x}}{\sqrt{۱-\cos x}} \times \frac{\sqrt{۲+۳x} + \sqrt{۲-x}}{\sqrt{۲+۳x} + \sqrt{۲-x}} \times \frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\sqrt{۱+\cos x}} =$$



$$\lim_{\to ۰^-} \frac{۴x \times \sqrt{۲}}{\sqrt{۱-\cos^۲ x}} \times \frac{۱}{۲\sqrt{۲}} = \lim_{x \to ۰} \frac{۴\sqrt{۲}\ x}{\underset{\sin}{\cancel{|\sin x|}}\ ۲\sqrt{۲}} = ۲ \times \frac{x}{-\sin x} = \boxed{-۲}$$