۱۴,۵

۱)

$$\lim_{x\to 2} x^2+ax+b = 0^+$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = x^2+ax+b$$

$$x^2-4x+4 = x^2+ax+b$$

$$\Rightarrow a=-4,\quad b=4$$

۲

$$a+b=0$$

۲)

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} x^2-ax+b = 0^+$$

۱,۵

$$\Rightarrow (x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2-ax+b$$

$$x^2-2\sqrt[3]{4}x+2\sqrt[3]{2} = x^2-ax+b$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt[3]{4}$$

$$b = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\left[\frac{b}{a}\right] = 1$$

۳)

$$\lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^+} \left|\frac{\sqrt{2}}{2}x+a\right|+a=0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}+2a=0$$

$$\Rightarrow a=-\frac{1}{4}$$

۴)

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$x^2<\frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2}>4 \to \frac{2}{x^2}>8 \to \frac{3}{x^2}>12$$

$$\to -\frac{2}{x^2}<-8$$

$$\Rightarrow \frac{16\times-\frac{1}{2}-(-8)}{24\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+12} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۲

$$x>-\frac{1}{2} \to 24x>-12$$

۵)

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8} = \lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x^2+2x+4}$$

$$= \frac{4}{4+4+4} = \frac{1}{3}$$

۶)

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{6(2+\sqrt[3]{x})} = \lim_{x\to -8}\frac{\overbrace{x^2+10x+16}^{(x+2)(x+8)}}{8+x}\times\frac{4\times 12}{6}$$

۱,۵

$$= -6$$

۷)

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2+3x-2+x}{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2 x}}_{|\sin x|}}\times\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

۱,۵

$$= \lim_{x\to 0^-}\frac{2}{-\sin x} = +\infty$$

۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{-\sqrt{a}\sin(\sqrt{a}x)}{2kx} \overset{hop}{=} \frac{-a}{2k} = 2$$

۲

$$\Rightarrow \frac{a}{k} = -4$$

۲

هنگامی که x به $\sqrt[3]{4}$ میل می‌کند صورت مثبت است بنابراین مخرج باید به صفر مثبت میل کند!

بنابراین $x=\sqrt[3]{4}$ ریشه‌ی مضاعف مخرج است!

$$(x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}\,x + \sqrt[3]{16} \;\rightarrow\; a = -2\sqrt[3]{4} \text{ یا } -\sqrt[3]{32}$$

$$\rightarrow\; b = \sqrt[3]{16}$$

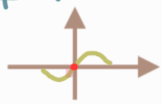
$$\frac{b}{a} = \frac{2^{\frac{4}{3}}}{-2\times 2^{\frac{2}{3}}} = (-2)^{-\frac{1}{3}} = \frac{-1}{\sqrt[3]{2}} \overset{\sqrt[3]{2}\simeq 1}{\rightsquigarrow} \boxed{\left[\frac{b}{a}\right] = -1}$$

۴

$$\lim_{x\to -8} \frac{(x+2)(x+8)}{4(2+\sqrt[3]{x})} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4} = \lim_{x\to -8} \frac{\overset{(-8+2)}{(x+2)}\cancel{(x+8)}\times 12}{4\cancel{(x+8)}} = \boxed{-12}$$

۷

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} =$$



$$\lim_{\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{\sqrt{1-\cos^2 x}} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0} \frac{4\sqrt{2}\;x}{|\underset{\sin}{\cancel{\sin x}}|\;2\sqrt{2}} = 2\times\frac{x}{-\sin x} = \boxed{-2}$$

۹

$$\lim_{x\to 3a^+} \frac{2\cancel{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}} + \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} = \lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}$$

$$\lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3(\overset{\sqrt{x-3a}}{\cancel{x-3a}})}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})} = \lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3\cancel{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x+3a}}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right) = \lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + 0 \rightsquigarrow \frac{2}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

۱۰

$$\lim_{x\to -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$$

$\rightarrow \lim_{x\to(-1)^+} \frac{1-k(-1)}{0^-} = -\infty \rightarrow 1+k>0 \rightarrow k>-1$

$\rightarrow \lim_{x\to(-1)^-} \frac{1-k(-2)}{0^+} = -\infty \rightarrow 1+2k<0 \rightarrow k<-\frac{1}{2}$

$\rightarrow -1<k<-\frac{1}{2} \;\; \begin{cases} -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2} \\ -1 < \cos k\pi < 0 \end{cases}$

مولفه های اول و دوم هر دو منفی هستند پس در ناحیه ی سوم است!