۱۴,۷۵

نگار حیدری

سوال ۲

$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} \to x = 1$ ریشه

$1 + a + b = 0 \to a + b = -1$

$5 - a + b = 0 \to a - b = 5$

$\to a = 2,\ b = -3$

۲

$\left[\frac{-3-4}{3}\right] \to \left[-\frac{7}{3}\right] \to \boxed{-3}$

سوال ۴

$a[x+1] + b[x] + b[a] + b$

$a[x] + a + b[x] + b[a] + b$

$(a+b)[x] + a + b + [a]b \to$ پیوسته $a + b = 0$

$a = -b$

$f(a) \to a + b + b[a] \to a - a - a[a]$

$\frac{a[a]}{-a[a]} = \boxed{-1}$

۲

سوال ۵

$\frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$

$b = 0 \to$ پیوسته $\mathbb{R} \Leftarrow$

۲

سوال ۶

$x^2 + mx + n \xrightarrow{x = a = 0} a^2 + am + n = 0$

$x = 2a \to x^2 + mx + n = 0 \to 4a^2 + 2am + n = 0$

$\to 3a^2 + am = 0$

$\text{Max}\ E = -\frac{3a^2}{a} = -3a \to 2a - 3a = -2 \to a = 2 \to m = -6$

$n = 8$

$\text{hop} \to 2x + m = 2 \to 2a + m = -2 \to m = -2 - \cancel{2a}$

$\boxed{8 - (-6) = 14}$

۳ سؤال

$$\tan \frac{3\pi}{4} = -1$$

$$\frac{|(x-1)(x+2)|}{(1-x)a} \rightarrow \frac{\cancel{(x-1)}(x+2)}{\cancel{(1-x)}a} = -1$$

۱/۵

$$\frac{3}{-a} = -1 \rightarrow a = 3$$

$$\frac{|25+5-2|}{3(1-5)} = \frac{28}{-12} \rightarrow 11b = \frac{\cancel{28}^{7}}{\cancel{-12}_{3}}$$

$$b(5-(-6)) = 11b$$

$$b = \frac{7}{-33}$$

$$ab \rightarrow \frac{7}{-33} \times 3 \longrightarrow \boxed{-\frac{7}{11}}$$

$1^+ \to (1-a) + (3a^2-1)(-2) =$

۸

$1-a-6a^2+2$ (1)

۹

$1^- \to (1-a)(0) + (3a^2-1)(-1) = -3a^2+1$ (2)

۱٫۷۵

۱۰ $-3a^2+1 = -6a^2 - a + 3$

$-3a^2 - a + 2 = 0 \Rightarrow 3a^2 - a - 2 = 0$

۱۱ $(a-3)(a+2) \to a=-2 \to a=\frac{2}{3}$

$\to a=3 \to a=-1$

۱۲

if $a=-1 \to b\sin(-\pi) = 0$

۱۳ $(1+1)[x] + (3-1)[-x] \to 2[x]+2[-x] = b\sin\pi$

$b=2$

۱۴

if $a=\frac{2}{3} \to (1-\frac{2}{3})[x] + (\frac{4}{3}-1)[x] = \frac{1}{3}[x]+\frac{1}{3}[-x]$

۱۵

$\frac{1}{3}([x]+[-x]) = -b \to b = \frac{1}{3}$

روز بزرگداشت شهدای مدافع حرم

$b\sin(\frac{3\pi}{2}) \to$

$\frac{a}{b} \to \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = -2$

$\frac{a}{b} \to \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

$f(x)$ پیوسته در R $\longrightarrow 1^+$

$$\frac{|x^2+mx-m-1|}{m(x^2-1)+(x-1)} \xrightarrow{?} \frac{|(x-1)(x+m+1)|}{(x-1)(mx+m+1)}$$ ۱/۵

$$\frac{|x+m+1|}{mx+m+1} \xrightarrow{x=1} \frac{|2+m|}{2m+1} = \frac{m}{m+2} \quad \text{if } 2+m>0$$

$$m^2+4m+4 = 2m^2+m \longrightarrow m^2-3m-4=0$$

$$(m-4)(m+1) \begin{cases} \to m=-1 \\ \to m=4 \end{cases}$$

if $m=-1 \longrightarrow \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$ ✓

if $m=4 \longrightarrow \frac{6}{9} = \frac{4}{6}$ ✗

$m \to -1$

$$\lim_{x\to -1} f(x) \to \lim \frac{|x^2-x(-1)+1|}{-|x^2-1|+|x-1|}$$

$$\frac{|x^2-x|}{-|x^2-1|+|x-1|} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$$

سوال ۱۰

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\[2mm] \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$$

۲

$$\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} \to x>0$$

$$x>0 \Rightarrow \frac{x^2+x}{x^2+ax} \to \frac{x+1}{x+a} \qquad x<0 \quad \frac{x^2-x}{x^2-ax}=\frac{x-1}{x-a}$$

$$\to \frac{x+1}{x+a}=\frac{2a-1}{2a+2} \to \frac{1}{a}=\frac{2a-1}{2a+2} \to 2a+2=2a^2-a$$

$$2a^2-3a-2 \to \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \to \\ a=2\end{cases}$$

$$a\to -\frac{1}{2} \to \frac{1}{a} \to -2 \to \lim_{x\to -2} f(x)=\lim \frac{x-1}{x+\frac{1}{2}}=$$

$$\lim_{x\to -2} \frac{-3}{-\frac{3}{2}} \to \boxed{2}$$

$$\lim_{a\to \frac{1}{2}} f(x)=\lim_{x\to \frac{1}{2}} \frac{x+1}{x+2} \to \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{5}$$

۱- عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$\Delta=0 \rightarrow (m+۳)^۲ - ۴ \times ۶(\frac{m}{۲}) = m^۲ - ۶m + ۹ = ۰ \rightsquigarrow \boxed{m=۳}$

$\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{۶(x^۲+x+\frac{۱}{۴})}}{|۲x^۳+a^۲|} = \frac{\sqrt{۶}|x+\frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳+a^۲|} \rightsquigarrow ۲a^۳+a^۲=۰ \Rightarrow a=۰$ (مخرج صفر دقیق و صورت عدد است ×)

$\hookrightarrow a=-\frac{۱}{۲}$ ✓ $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{۶}|\cancel{x+\frac{۱}{۲}}|}{۲|\cancel{x+\frac{۱}{۲}}||x^۲-\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۴}|} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$

$\frac{۲\tan b}{\sqrt{-(-\frac{۱}{۲})}} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳} \rightsquigarrow \tan b = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow b = \frac{\pi}{۶}$

۷

حد راست $= (۱-a)[z^+] + (۳a^۲-۱)[-z^+] = (۱-a)z + (۳a^۲-۱)(-z-۱)$

حد چپ $= (۱-a)[z^-] + (۳a^۲-۱)[-z^-] = (۱-a)(z-۱) + (۳a^۲-۱)(-z)$

$\lim_{x \to z^+} f(x) = \lim_{x \to z^-} f(x) \rightsquigarrow \cancel{z} - \cancel{a z} - \cancel{۳a^۲ z} - ۳a^۲ + \cancel{z} + ۱ = \cancel{z} - ۱ - \cancel{a z} + a - \cancel{۳a^۲ z} + \cancel{z}$

$a-۱ = ۱-۳a^۲ \rightsquigarrow a=-۱$ × یا $a=\frac{۲}{۳}$ ✓

$b\sin(\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}) = -b \rightsquigarrow -b = -\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow b = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow \boxed{\frac{a}{b} = ۲}$

۸

$\lim_{x \to ۱} \frac{|(x-۱)(x+m+۱)|}{m|(x-۱)(x+۱)|+|x-۱|} = \frac{|x-۱|(x+m+۱)}{|x-۱|(m|x+۱|+۱)} = \frac{|m+۲|}{۲m+۱} = \frac{m}{m+۲}$

$m \geq -۲ \rightsquigarrow m^۲ + ۴m + ۴ = ۲m^۲ + m \rightarrow m=-۱ \rightarrow$ مخرج ریشه دارد نشود!

$m=۴ \rightarrow \frac{|x^۲+۴x-۵|}{|x-۱|(۴|x+۱|+۱)} = \frac{۵+\frac{۱}{۴}}{۴(\frac{۵}{۴})+۱} = \frac{\frac{۲۱}{۴}}{۶} = \frac{۷}{۸}$

۹

$x=a$ ریشه صورت $\rightsquigarrow a^{۲}+a=۰ \to a=۰$ ✓
$\hookrightarrow a=-۱$ ✗

$a^{۳}+a(m-۲)+a^{۲}=۰ \rightsquigarrow -۱-m+۲+۱=۰ \rightsquigarrow m=۲$

$$\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۳}|-x-۱|}{|x^{۳}+۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{|x^{۲}-x+۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

---

۳ تابع در $x=۱$ پیوستگی از راست و $x=۵$ پیوستگی از چپ دارد!

$f(۱)=\tan\frac{۳\pi}{۴} = -۱$

$$\lim_{x\to ۱^{+}} \frac{|x^{۲}+x-۲|}{a(۱-x)} = \frac{(x+۲)\cancel{(x-۱)}}{-a\cancel{(۱-x)}} = -۱ \rightsquigarrow \frac{۳}{a}=۱ \rightsquigarrow a=۳$$

$f(۵) = b(۵-[-۵]) = ۱۰b$

$$\lim_{x\to ۵^{-}} \frac{\overset{|۲۵+۵-۲|}{|x^{۲}+x-۲|}}{\underset{۳(-۴)}{۳(۱-x)}} = -\frac{۲۸}{۱۲} = \frac{-۷}{۳}$$

$\rightsquigarrow b = \frac{-۷}{۳۰} \rightsquigarrow ab = -\frac{۷}{۳۰} \times ۳ = \boxed{-۰/۷}$