نام و نام خانوادگی: دلارام میرزابابا تهرانی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ — کلاس دوازدهم دختر B

۱۴

۱

در IR پیوسته ← IR دامنه ← زیر رادیکال همواره مثبت و a ریشه مخرج

$\Delta = 0 \to (m+3)^2 - 12m = 0 \to (m-3)^2 = 12m \to m = 3$

$F(x) = \left\{ \dfrac{\sqrt{(6)(x+\frac{1}{2})^2}}{|2x^3+\frac{1}{2}|} \right. \quad (x \neq a) \xrightarrow{\text{ریشه صورت و مخرج}} a = -\frac{1}{2}$

$F(-\frac{1}{2}) = \dfrac{2+\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3} \to \tan b = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \to \boxed{b = \dfrac{\pi}{6}}$

$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} F(x) = \dfrac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{2\,|x^3+\frac{1}{8}|} = \dfrac{\sqrt{6}}{|x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}| \times 2} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

۲

۲

$F(x) = \dfrac{x^2+ax+b}{\underbrace{x-1}_{x=1}}$ ریشه صورت

$x=1 \longrightarrow$ حد $\checkmark$ ، $\alpha =$ پیوسته

$1+a+b=0 \to a+b=-1$

$\xrightarrow{x=1} 5x^2-ax+b \to 5-a+b=0 \to \cancel{a-b}\ \underset{b-a}{} = -5$

$\Longrightarrow 2b = -6 \to b = -3 ,\ a = 2$

$\left[\dfrac{b-2a}{3}\right] = \left[\dfrac{-3-4}{3}\right] = \left[-\dfrac{7}{3}\right] = -3$

۲

۳

در $x=1$ پیوستگی راست و در $x=5$ پیوستگی چپ

$\lim_{x\to 1^+} F(x) = F(1) = \tan\frac{3\pi}{4} = -1 \to \lim_{x\to 1^+} \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \lim_{x\to 1^+}\dfrac{(x+2)(x-1)}{-a(x-1)} = \dfrac{3}{-a} = -1 \to \boxed{a=3}\ *$

$\lim_{x\to 5^-} F(x) = F(5) = b(5-[-5]) = 10b \to \lim_{x\to 5^-} F(x) = \lim \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \dfrac{28}{3(-4)} = -\dfrac{7}{3}$

$-\dfrac{7}{3} = 10b \to b = -\dfrac{7}{30}\ ** \qquad \xrightarrow{*,\ **} ab = 3\left(\dfrac{-7}{30}\right) = \boxed{-0/7}$

۲

۴

$F(x) = a[x]+a+\underbrace{b[x+[a]+1]}_{b[x]+b[a]+b} = \underbrace{(a+b)}_{\text{صفر}}[x]+a+b+b[a]$

چون تابع در R پیوسته پس ضریب براکت صفر ← صفر

$[a]$ عدد

$\left.\begin{array}{l} a+b=0 \\ b=-a \end{array}\right\} \to F(x) = \underbrace{a+b}_{0} + b[a] = -a[a]$

$\dfrac{a[a]}{F(a)} = \dfrac{a[a]}{-a[a]} = \boxed{-1}$

۲

۵

در IR پیوسته ⟶ براکت نباشد ⟶ $b=0$

$F(x) = \underbrace{b[x^2-ax]}_{0} - 2a \to F(x) = -2a \to F(\underset{0}{b}) = -2a$

$\dfrac{a}{F(b)} = \dfrac{\cancel{a}}{-2\cancel{a}} = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$

۲

۶

پیوستگی $\to \lim_{x\to 0^+} f(x) = (1-a)[0^+] + (3a^2-1)[0^-] = 1-3a^2$

$\to \lim_{x\to 0^-} f(x) = (1-a)[0^-] + (3a^2-1)[0^+] = a-1$

$1-3a^2 = a-1 \to a=-1$, $a=\frac{2}{3}$

if $a=-1 \to b\sin(-\pi) = -2$ غ ق ق ($F(0)$)

if $a=\frac{2}{3} \to b\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{1}{3} \to b=\frac{1}{3}$

$\frac{a}{b} = 2$

۲

۷

چون هم a حاصل را صفر می‌کند (صورت) هم $2a$ پس ← $(x-a)(x-2a) = x^2-3ax+2a^2 = x^2+mx+n \to m=-3a$, $n=2a^2$

$n-m=14$

وقتی در $x=2a$ حاصل تابع ۲ می‌شود و تابع پیوسته است پس حد تابع در $x=a$ هم ۲ می‌شود

$\lim_{x\to a} \frac{x^2-3a+2a^2}{a-x} = 2 \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \frac{2x+m}{-1} = 2 \to \frac{-a}{-1} = +2 \to a=2 \to n=8 , m=-6$

۲

۸

$f(x) \xrightarrow{x\neq 1} \frac{\cancel{|x-1|}\,|x+m+1|}{\cancel{|x-1|}\,|x|x+1|+1|} = \frac{|x+m+1|}{|x|x+1|+1|}$

۰

۹

a ← هم ریشه مخرج هم صورت ← چون حد دارد ولی پیوسته نیست

$\sqrt{3}\,|a^2+a| = 0 \to a^2+a=0 \to a(a+1)=0 \to a=0$ تابع ناصفر غ ق ق ، $a=-1$

$x=-1 \xrightarrow{\text{صحیح}} |-1+(m-2)(-1)+1| \Rightarrow m=2$

$f(x) = \frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|}$, $\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|} = \frac{\sqrt{3}\,\cancel{|x+1|}}{\cancel{|x+1|}\,|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۲

۱۰

۰

٨

$$\lim_{x\to 1}\frac{|(x-1)(x+m+1)|}{m|(x-1)(x+1)|+|x-1|}=\frac{|x-1|(x+m+1)}{|x-1|(m|x+1|+1)}=\frac{|m+2|}{2m+1}=\frac{m}{m+2}$$

$m\geq -2 \leadsto m^2+4m+4=2m^2+m \rightarrow$ $m=-1 \rightarrow$ مخرج ریشه دار می‌شود!

$m=4 \rightarrow \dfrac{|x^2+4x-5|}{|x-1|(4|x+1|+1)}=\dfrac{5+\frac{1}{4}}{4(\frac{5}{4})+1}=\dfrac{\frac{21}{4}}{6}=\dfrac{7}{8}$

١٠

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)}=\frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\frac{x(x-1)}{x(x-a)}=\frac{1}{a}$$

$\leadsto f(0)=\dfrac{2a-1}{2a+2}=\dfrac{1}{a} \rightarrow 2a^2-3a-2=0$ $\rightarrow a=2$

$\rightarrow a=\frac{1}{2}$

مخرج ریشه دار می‌شود! و پیوسته نیست!

if $a=2 \leadsto \displaystyle\lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}=\boxed{\frac{3}{5}}$