بنام خدا

نارگل قنبری

تکلیف ۲۱

۱-

۲- اگر در نقطه‌ای حد داشته باشیم ولی مقدار نه، با بُ مواجه هستیم.

$$f(1) = \frac{0}{0} \longrightarrow x^2 + ax + b \xrightarrow{x=1} 1 + a + b = 0$$

$$5x^2 - ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} 5 - a + b = 0$$

$$\Rightarrow a = 2,\quad b = -3$$

$$\Rightarrow \left[\frac{-3-4}{3}\right] = -3$$

۳-

$$f(1) = \lim_{x \to 1^+} f(x) \longrightarrow -1 = \frac{|\cancel{(x-1)}(x+2)|}{-a\cancel{(x-1)}} \Rightarrow a = 3$$

$$f(5) = \lim_{x \to 5^-} f(x) \longrightarrow 10b = -\frac{7}{3} \longrightarrow b = \frac{-7}{30} \longrightarrow ab = -0/7$$

۴- $a([x]+1)+b([x]+[a]+1)=$

$=a[x]+a+b[x]+b[a]+b \to [x](a+b)+a+b+[a]b$

$\xrightarrow[b=-a]{a+b=0} f(x)=-a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$

۵- با توجه به اینکه تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است ولی داخل براکت ، به شمار متغیر عدد صحیح می شود. بنا براین $b=0$

$f(x)=-2a \to \frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$

۶- $f(2a)=\frac{(2a)^2+m(2a)+n}{a-2a}=0 \to 4a^2+2ma+n=0$

$\lim_{x\to a}\frac{x^2+mx+n}{a-x}=2 \xrightarrow{\frac{0}{0}} a^2+ma+n=0$

چون در $x=a$ صورت صفر است

$=\frac{(x-a)(x+a+m)}{-(x-a)}=-(x+a+m)$

$\lim_{x\to a}=-(2a+m)$, $2a+m=-2 \to m=-2-2a$

$n=-a^2-ma \longrightarrow n=a^2+2a \longrightarrow$ جاگذاری در $f(2a)$

$4a^2+2a(-2-2a)+(a^2+2a)=0 \longrightarrow a(a-2)=0$, $a=0$ ✗ , $a=2$ ✓

$\Rightarrow n=8$, $m=-6 \longrightarrow n-m=14$

۷- k را عدد صحیح در نظر می گیریم ،

$\lim_{x\to k^-} f(x)=(1-a)(k-1)+(3a^2-1)(-k)$

$=k(2-a-3a^2)-(1-a)$

$\lim_{x\to k^+} f(x)=(1-a)k+(3a^2-1)(-(k+1))=k(2-a-3a^2)-(3a^2-1)$

شرط حد چپ و راست $=-(1-a)=-(3a^2-1) \Rightarrow a=\frac{2}{3}$ یا $a=-1$

شرط پیوستگی در خود عدد صحیح : $k(2-a-3a^2)-(1-a) \longrightarrow 2-a-3a^2=0 \Rightarrow a=\frac{2}{3}$

مقدار مطلق

$\Rightarrow \frac{a}{b} = ۲$

$\frac{\frac{\pi}{۲}}{۳} \Rightarrow \sin\left(\frac{۳\pi}{۲}\right) = -۱ \Rightarrow -(۱-a) = -\frac{۱}{۳} \to b = \frac{۱}{۳}$

۸-

$$f(x)\begin{cases} \frac{\cancel{|x-۱|}(x+m+۱)}{\cancel{|x-۱|}(m|x+۱|+۱)} & ; x \neq ۱ \\ \frac{m}{m+۲} & ; x = ۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{m+۲} = \frac{m+۲}{۲m+۱}$$

$\Rightarrow -m^۲ + ۳m + ۴ = ۰ \to m = -۱ \checkmark,\ m = ۴ \checkmark$

$\Rightarrow \lim_{x \to -۱} f(x) = 1 \qquad \lim_{x \to \frac{۱}{۴}} f(x) = ۰/۸۷۵$

۹-

۱۰-

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|(|x|+۱)}{|x|(|x|+a)} & x \neq ۰ \\ \frac{۲a-۱}{۲a+۲} & x = ۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{a} = \frac{۲a-۱}{۲a+۲}$$

$\Rightarrow ۲a^۲ - ۳a - ۲ = ۰ < \begin{matrix} -\frac{۱}{۲} \times \\ ۲ \checkmark \end{matrix} \quad \lim f(\frac{۱}{۲}) = \frac{\frac{۱}{۲}+۱}{\frac{۱}{۲}+۲} = \frac{۳}{۵}$