۱ـ مبینا روحی

$x=a$ ریشه صورت و مخرج

$$6a^2+(m+3)a+\frac{m}{2}=0$$

$$2a^3+(m+3)a^2+a^2=0 \xrightarrow{\div a^2} 2a+(m-2)=0$$

$$a=\frac{2-m}{2}$$

$$\to 6\left(\frac{2-m}{2}\right)^2+(m+3)\left(\frac{2-m}{2}\right)+\frac{m}{2}=0$$

$$\to \frac{3\,6(m^2-4m+4)}{2\,\cancel{4}}+\frac{2m-m^2+6-3m}{2}+\frac{m}{2}=0$$

$$\to \frac{3m^2-12m+12+2m-m^2+6-3m+m}{2}=0 \to 2m^2-12m+18=0$$

$$m^2-6m+9=0 \to m=3$$

$$a=-\frac{1}{2}$$

$f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$ → اگر حد در آن نقطه موجود اما تابع ناپیوسته باشد باید آن نقطه ریشه‌ی مخرج یعنی $x=1$ باشد و باید ریشه‌ی صورت هم باشد

$\xrightarrow{x=1} x^2+ax+b=0$

$1+a+b=0 \Rightarrow a+b=-1$

$5x^2-ax+b=0 \xRightarrow{x=1} 5-a+b=0$

$a-b=5$

$\rightarrow a=2$
$b=-3$

$\left[\dfrac{-3-4}{3}\right]=-3$

$$f(x)=\begin{cases} \tan\dfrac{(۲x+1)\pi}{۴} & x\leqslant 1 \\ \dfrac{x^۲+x-۲}{a(1-x)}=\dfrac{x+۲}{-a} & 1<x<۵ \\ b(x-[-x]) & x\geqslant ۵ \end{cases}$$

$$f(1)=\tan\frac{۳\pi}{۴}=-1 \qquad -۳$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\frac{x+۲}{-a}=\frac{۳}{-a}=-1 \Rightarrow a=۳$$

$$f(۵)=b(۵-[-۵])=10b$$

$$\lim_{x\to ۵^-} f(x)=\frac{۷}{-a}=\frac{۷}{-a}=-\frac{۷}{۳}=10b$$

$$\Rightarrow b=-\frac{۷}{۳۰}$$

$$\Rightarrow \quad ab=-\frac{۷}{۳۰}\times ۳=-۰/۷$$

$$a([x]+1) + b([x]+[a+1]) = a[x]+a+b[x]+b[a]+b \qquad -r$$

$$x \to -1^{+} \to -a + a - b + b[a] = b[a]$$

$$x \to -1^{-} \to -1a + a - 1b + b[a] + b = -a - b + b[a] = b[a]$$

$$\cancel{a}-b$$

$$f(a) = \cancel{a[a]} + \cancel{a} + \cancel{b[a]} + b[a] + \underset{=a}{\cancel{b}} = b[a] = -a[a]$$

$$\frac{a[a]}{-a[a]} = -1$$

$f(x) = b[x^2 - ax] - 3a$

ی

برای پیوستگی باید فاقد براکت باشد

$\rightarrow b = 0 \quad f(x) = -3a \rightarrow f(b) = -3a$

-5

$\frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$

-1

$\frac{(x-a)(x-۲a)}{(a-x)} = -x+۲a$ $\qquad (x-a)(x-۲a) \to x^{۲}-۳ax+۲a^{۲}$

$m=-۳a \quad n=۲a^{۲}$

$\frac{x^{۲}-۳ax+۲a^{۲}}{-x+a}$ $\xrightarrow{\text{Hope}}$ $\frac{۲x-۳a}{-1} = -۲x+۳a = -۲a+۳a = a=۲$

$\left.\begin{array}{l} m=-۶ \\ n=۸ \end{array}\right\} \to n-m=۱۴$

-۹

-۷

$x = m \in \mathbb{Z}$ $\quad x \to m^+ \to (1-a)(m) + (۳a^۲-1)(-m-1) = m - ma - ۳ma^۲ - ۳a^۲ + m + 1$

$x \to m^- \to (1-a)(m-1) + (۳a^۲-1)(-m) = m - 1 - am + a - ۳a^۲m + m$

$\to \cancel{m} - \cancel{m}a - ۳ma^۲ - ۳a^۲ + m + 1 = \cancel{m} - 1 - \cancel{a}m + a - ۳a^۲m + \cancel{m} \to ۳a^۲m - ۳ma^۲$

$۳a^۲ + a - ۲ = 0 \to a = -1 \to$ حد $= m + m - ۳m - ۳ + m + 1 = -۲ \to \underbrace{b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)}_{0} = -۲$ $\times$

$\to \boxed{a = \frac{۲}{۳}} \to$ حد $= m - \frac{۲}{۳}m - \frac{۴}{۳}m - \frac{۴}{۳} + m + 1 = -\frac{1}{۳}$

$\to b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) = \underbrace{b\sin\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)}_{-1} = -\frac{1}{۳} \to b = \frac{1}{۳}$

$\frac{a}{b} = ۲.$

-8

$x>1 \rightarrow \dfrac{x^2+mx-m-1}{mx^2-m+x-1} = \dfrac{(x-1)(x+m+1)}{(x-1)(mx+m+1)} = \dfrac{x+m+1}{mx+m+1}$

$(2) \rightarrow \dfrac{m+2}{2m+1} = \dfrac{m}{m+2} \rightarrow m=4 \rightarrow \dfrac{x+5}{4x+5}$

$\searrow m=-1$

$m=-1 \rightarrow \dfrac{|x^2-x|}{-|x^2-1|+|x-1|}$ $\qquad f(1) = \dfrac{-1}{1} = -1$

$1^+ \rightarrow \dfrac{x^2-x}{-x^2+1+x-1} = \dfrac{x^2-x}{-x^2+x} =$

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{4}} f(x) \rightarrow \dfrac{|x^2+4x-5|}{4|x^2-1|+|x-1|} = \dfrac{|x+5|}{4|x+1|+1}$ $\qquad \dfrac{x-1}{-x+1} \longrightarrow 5$

$= \dfrac{x+5}{4x+5} = \dfrac{\frac{21}{4}}{6} = \dfrac{7}{8}$

پس در $x=1$ ناپیوسته می‌شود

۹

a ریشه مشترک

$a^3+(m-2)a+a^2=0 \to a(a^2+(m-2)+a)=0$

ریشه صورت

$\sqrt{3}(a^2+a)=0 \to a=0 \times$

$a=-1$

$\lim_{x\to -1} f(x) = +1+(m-2)-1=0 \to m=2$

$$\to \lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{x^2-x+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\left[\ \frac{-1-1}{3}\ \right]=-3$$

$$x>0 \rightarrow \underbrace{\frac{x^2+x}{x^2+ax}}_{\frac{x+1}{x+a}} = f(0)=\frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow \frac{1}{a}=\frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow$$

$-1a$

$$2a+2=2a^2-a \rightarrow 2a^2-3a-2=0$$

$$a=\frac{3\pm5}{4}=2 \text{ و } -\frac{1}{2}$$

$$a=2 \rightarrow x^2+2|x|=|x|(|x|+2)$$

فقط ریشه صفر دارد اما اگر $a=-\frac{1}{2}$ مخرج ریشه‌هایی به جز صفر نیز خواهد داشت و ناپیوسته می‌شود

$$\rightarrow \lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\frac{x+1}{x+a}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{5}$$