پارمیس نبی زاده ، دوازدهم دختر B   تکلیف شماره ۲۱

(۱

$$f(x) = \frac{4x^2 + (m+3)x + \frac{m}{2}}{\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}} \times |2x^3 + (m-3)x^2 + a^2|}$$

$x = a \rightarrow 2a^3 + (m-(3+1))a^2 = 0$ $a = \cancel{0}$ یا $2-m$

$0 = \frac{1}{2} \times (10m^2 - 49m + 60)$ $m = \frac{49 \pm 1}{20} = 2.5$ یا 2.4

$m = 2.5 \rightarrow a = -0.5$

$-\cancel{2}\sqrt{3} = \cancel{2}\tan b$ $b = \frac{\pi}{3}$

(۲

$$f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x-1} = \frac{(x-1)(x-b)}{x-1} = x-b$$

$-1-b = a$ $a+b = -1$

$5x^2 - ax + b = 5x^2 - ax - a - 1 = 0$

$x=1 \rightarrow 5 - a - a - 1 = 0$ $a = 2$ $b = -3$

$$\left[\frac{b-2a}{5}\right] = \left[\frac{-3-4}{5}\right] = \left[\frac{-7}{5}\right] = -3$$

(۳ در نقطه ۱ پیوستگی راست و در نقطه ۵ پیوستگی چپ

$$\begin{cases} x=1 \rightarrow \tan\frac{3\pi}{4} = -1 \\ x>1 \rightarrow \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{-a\cancel{(x-1)}} = \frac{3}{-a} \end{cases}$$

$\frac{3}{-a} = -1$

$a = 3$

$$\begin{cases} x=5 \rightarrow b(10) \\ x<5 \rightarrow \frac{28}{-4a} \end{cases} \Rightarrow 10b = \frac{-7}{a}$$

$ab = \frac{-7}{10}$

۴)

$f(x) = a([x]+1) + b([x] + [a+1])$

$\to (a+b)\times[x] + a + b[a+1]$

برای اینکه تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد ضریب جزء صحیح $= 0$

$a+b=0 \longrightarrow f(x) = a + (-a)[a+1]$

$f(x) = a - a([a]+1) = a - a - a[a] = -a[a]$

$$\frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$$

۵)

$f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$

برای اینکه تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد ضریب جزء صحیح $= 0 \Longleftarrow b=0$

$f(x) = -2a$ $\qquad \dfrac{a}{f(b)} = \dfrac{a}{-2a} = -\dfrac{1}{2}$

۶)

$$f(x) = \frac{x^2+mx+n}{-(x-a)} = \frac{(x-a)(x-\frac{n}{a})}{-(x-a)}$$

$= -(x - \frac{n}{a})$

$\to (-a - \frac{n}{a})x = (\frac{-a^2-n}{a})x = mx$ $\qquad \dfrac{-a^2-n}{a} = m$

$$\begin{cases} x=a \longrightarrow f=2 \\ x\neq a \longrightarrow -(a-\frac{n}{a}) = \frac{n-a^2}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n-a^2 = 2a \\ a^2+2a-n=0 \end{matrix}$$

$f(2a) = -(2a - \frac{n}{a}) = \dfrac{-2a^2+n}{a} = 0 \Rightarrow n = 2a^2$

$a^2+2a-n = a^2+2a-2a^2 = 0$ $\qquad 2a = a^2$

$a = 0$ یا 2 $\xrightarrow{\text{عدد گذاری}} a = 2$ $\qquad n = 8 \quad m = -6$

$n - m = 8 - (-6) = 14$

(۷

$$\begin{cases} x>2 \rightarrow 2(1-a) + (-3)(3a^2-1) = -9a^2-2a+5 \\ x=2 \rightarrow b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) \\ x<2 \rightarrow (1-a) + (-2)(3a^2-1) = -6a^2-a+3 \end{cases}$$

$$-9a^2-2a+5 = -6a^2-a+3 \rightarrow 3a^2+a-2=0$$

$$a = \left\{-1, \frac{2}{3}\right\} \rightarrow a = \frac{2}{3} \qquad bx-1 = \frac{-1}{3}$$

$$b = \frac{1}{3} \qquad \frac{a}{b} = 2$$

(۸

$$f(x)=\begin{cases} x\neq 1 \rightarrow \dfrac{\cancel{|(x-1)|}\times|x+m+1|}{\cancel{|x-1|}\times(1+m|x+1|)} \\ x=1 \qquad \dfrac{m}{m+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>1 \rightarrow \dfrac{|m+2|}{1+2m} \\ x=1 \qquad \dfrac{m}{m+2} \\ x<1 \qquad \dfrac{|2+m|}{1+2m} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{m+2} = \frac{m+2}{2m+1}$$

$$m^2+4m+4 = 2m^2+m$$

$$m^2-3m-4 = (m-4)(m+1)=0$$

$$m=4 \qquad \lim_{x\to\frac{1}{4}} f(x) = \frac{\left|\frac{1}{16}+1-5\right|}{4\times\frac{+15}{16}+\frac{12}{16}} = \frac{-63}{72}$$

(۹ a ریشه مخرج ←

$$f = \frac{\sqrt{3}\times\cancel{|a|}\times|a+1|}{\cancel{|a|}\times|a^2+a+m-2|}$$

$$\Delta = 1-4m+8 = 0 \qquad m = \frac{9}{4}$$

$$a^2+a+\frac{1}{4}=0 \qquad \left(a+\frac{1}{2}\right)^2=0 \qquad a = \frac{-1}{2}$$

$$\lim_{x\to\frac{-1}{2}} f = \frac{\sqrt{3}\times\frac{1}{2}}{\left|\frac{-1}{4}\right|} = \frac{+\sqrt{12}}{2}$$

۱۰

$$\begin{cases} \dfrac{x(x+۱)}{x(x+a)} = \dfrac{x+۱}{x+a} & x > ۰ \\[2ex] \dfrac{۳a-۱}{۴a+۲} & x = ۰ \\[2ex] \dfrac{x(x-۱)}{x(x-a)} = \dfrac{x-۱}{x-a} & x < ۰ \end{cases}$$

$$x = ۰ \longrightarrow \frac{۱}{a} = \frac{۳a-۱}{۴a+۲} \qquad ۴a+۲ = ۳a^۲ - a$$

$$۳a^۲ - ۵a - ۲ = ۰ \qquad a = ۲ , -\frac{۱}{۳} \qquad a > ۰ \Rightarrow a = ۲$$

$$\lim_{x \to \frac{۱}{۲}} f(x) = \frac{\frac{۱}{۲}+۱}{\frac{۱}{۲}+۲} = \frac{۳}{۵}$$