

محلله کسلی

بحث پیوستگی

دقتان دازم

سوال ۲ - حد موجود است ولی پیوسته نیست یعنی فرج منفرد در حال منفرجه با صورت ساده شده است پس یک ریشی

معادله $m-1=0 \rightarrow m=1$ $\leftarrow$ همین مقدار صورت را نیز صفری کند $\leftarrow 1+a+b=0$ $\star$

از طرفی دیگر ریشی معادله نیز هست $\leftarrow \omega(1)^2+a+b=0 \leftarrow \omega-a+b=0$ $\star$

$\star \rightarrow \begin{cases} 1+a+b=0 \\ \omega-a+b=0 \end{cases} \xrightarrow{+} 4+2b=0 \rightarrow b=-2, 1+a-2=0 \rightarrow a=1$

$\left[\frac{b-2a}{2} \right] = \left[\frac{-2-2}{2} \right] = \left[\frac{-4}{2} \right] = \left[-2 \right]$

سوال ۳ - برای پیوستگی حد باید با مقدار آن برابر باشد $\leftarrow$

حد از سمت راست $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$

$f(1) = \frac{\tan(\pi)}{\pi} \rightarrow \tan \frac{\pi}{\pi} = (-1)$

$\lim_{m \rightarrow 1^+} \frac{|m^2+m-2|}{a(1-m)} = \frac{|(m+2)(m-1)|}{a(1-m)} \rightarrow \frac{-2}{1-1} = \frac{(m+2)(1-m)}{a(1-m)} = -1$

$\frac{2}{a} = -1 \rightarrow a = -2$

حد از سمت چپ $a = 5$ مقدار آن در نقطه $m=5$

$\lim_{m \rightarrow 5^-} \frac{|m^2+m-2|}{a(1-m)} = \frac{25+5-2}{3(-4)} = \frac{28}{-12} = -\frac{7}{3}$

$f(a) = b(m - [-n]) \rightarrow b(5 - [-5]) = 11 \times b = -\frac{7}{3} \rightarrow b = -\frac{7 \times 11}{3}$

$a \cdot b = \frac{-7 \times 11}{3} \times 3 = -7 \times 11 = \left[-77 \right]$

سوال ۴

$f(m) = a[m+1] + b[m+[a+1]] = a[n] + a + b[n] + b[a] + b$

می خواهیم در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد پس باید عامل $[m]$ حذف شود $\leftarrow a[n] + b[n] = 0$

$a = -b \rightarrow f(m) = a + b + b[a] \rightarrow$ تابع ثابت

$\rightarrow \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{b[a]} = (-1)$

سوال ۵ ← چون در R پیوسته است باید عامل بزرگتر از بین برود ← $b=0$ ← $f(m) = -2a$

تابع ثابت ↓ $\rightarrow \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = \left(\frac{-1}{2}\right)$

سوال ۴ ← تابع در نقطه a در اوی فنج آن صفر می شود و می دارد حد آن γ است نه عددی باشد پس صورت آن نیندر

ازای $a = 0$ می شود از طرفی دیگر در ازای $2a = m$ صورت صفر می شود

① $\rightarrow a^2 + ma + n = 0$
 ② $\rightarrow 4a^2 + 2ma + n = 0$

$\rightarrow (m-a)(m-2a) = \begin{matrix} a^2 + ma + n \\ \rightarrow 4a^2 \end{matrix}$
 $\rightarrow m^2 - 3am + 2a^2 = \begin{matrix} a^2 + ma + n \\ \rightarrow -2a^2 \end{matrix}$

حد آن هم در $m=a$ است $\rightarrow \lim_{m \rightarrow a} \frac{m^2 - 3am + 2a^2}{a - m} = \gamma \rightarrow \lim_{m \rightarrow a} \frac{m - 2a}{-1} = \gamma \rightarrow \frac{a - 2a}{-1} = \gamma \rightarrow \boxed{a = \gamma}$

$n - m = 2a^2 + 2a = 2 \times 4 + 2 \times 2 = 12$

سوال ۷ ← $b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right)$ یک عدد ثابتی است پس باید ضرایب $[m]$ و $[-m]$ یکسان باشد تا در ازای عددهای مختلف مقدار

صمیم $(1-a) = 3a^2 - 1$ ← عدد ثابتی شود

$\rightarrow 3a^2 + a - 2 = 0$ $\rightarrow \begin{matrix} a = -1 \text{ ①} \\ a = \frac{2}{3} \text{ ②} \end{matrix}$

$2[m] + 2[-m] \rightarrow m \notin \mathbb{Z}$
 $\frac{1}{3}[m] + \frac{2}{3}[-m] \rightarrow m \notin \mathbb{Z}$

① $\rightarrow f = -2 \rightarrow b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) = -2 \rightarrow b \times \sin(-\pi) = -2 \rightarrow$ غایب قبول $\times$

② $\rightarrow f = \frac{1}{3} \rightarrow b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) = \frac{1}{3} \rightarrow b \times \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{3} \rightarrow b = \left(\frac{1}{3}\right) \checkmark$

$\frac{a}{b} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = \boxed{6}$

سوال ۸ ← $\frac{|m^2 + m - m - 1|}{m|m^2 - 1| + |m - 1|} = \frac{|m(m-1) + (m+1)(m-1)|}{|m-1||mm+m+1|} = \frac{|m-1||m+m+1|}{|m-1||mm+m+1|}$

$\rightarrow \frac{|m+m+1|}{|mm+m+1|} \xrightarrow{m=1} = \frac{2+m}{2m+1} = \frac{m}{m+2} \rightarrow 2m^2 + m = 2m + m^2 + 4 + 2m$

$m^2 - 3m - 4 = 0 \rightarrow \begin{matrix} -1 \text{ ①} \\ 4 \text{ ②} \end{matrix}$

اگر $m = -1 \rightarrow \frac{m}{m+2} < 0$ غ ق ق $\lim_{m \rightarrow \frac{1}{2}} f(m) = \frac{|\frac{1}{4} + 1 - 4 - 1|}{4|\frac{1}{4} - 1| + |\frac{1}{2} - 1|} = \boxed{\frac{5}{8}}$

سوال ۹ ← در ازای $m = -1$ تابع صفر می شود چون تابع نامضرب باشد پس $R = \{a\}$ دامنه آن است پس $a = -1$

در ازای $m = -1$ پیوسته نیست ← $\lim_{m \rightarrow -1} m^2 + (m-2)m + a^2 = 0$
 $\rightarrow m = 2$

$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3}a|m+1|}{|m^2 + (2+1)m + a^2|} = \frac{\sqrt{3}|a||a+1|}{|a^2||a+1|} = \boxed{\sqrt{3}}$

سوال ۵۱ - چون تابع یکتا است حد چپ = حد راست = مقدار آن در نقطه $m=0$

$$\lim_{m \rightarrow 0^+} = \frac{m^2 + m}{m^2 + am} = \frac{1}{a} \quad \text{و} \quad \lim_{m \rightarrow 0^-} = \frac{m^2 - m}{m^2 - am} = \frac{1}{a} \rightarrow \text{قاعدگی کم توان صورت یکم توان}$$

خرج

$$\frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a+2 = 2a^2-a \rightarrow -2a^2+3a+2=0$$

ریشه ها $(+2)$ و $(-\frac{1}{2})$: چون اگر a منفی باشد غیر از صفر با هر هم منفی
ریشه دارد

$$\lim_{m \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(m) = \frac{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{\varepsilon} + 1} = \frac{\frac{1}{\varepsilon}}{\frac{1}{\varepsilon} + 1} = \left(\frac{1}{5} \right)$$