نام و نام خانوادگی ......آدرینا جمشیدی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۱... کلاس ......۱۲۰۳......

۱۸/۷۵

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|2x^3+(m-3)x^2+a^3|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} & x=a\end{cases}$$

برای پیوسته بودن باید ریشه مضاعف داشته باشد $\Rightarrow \Delta\geq 0 \Rightarrow$

$\Delta=(m+3)^2-4(6)(\frac{m}{2})=0$

$\Rightarrow m=+3$

$\boxed{b=\frac{\pi}{3}}$

$\frac{\sqrt{6x^2+6x+\frac{3}{2}}}{|2x^3+a^3|}=\frac{\sqrt{6}|x+\frac12|}{2|x^3+\frac18|} \Rightarrow a=-\frac12$

a ریشه مخرج است و صورت هم دارد در صورت الزاما صعودی حتما ریشه دارد

$\lim_{x\to(-\frac12)^+} f(x)=\frac{\sqrt6(x+\frac12)}{2(x^3+\frac18)}\overset{HOP}{=}\frac{\sqrt6}{2\times3(\frac14)}=\frac{2\sqrt6}{3}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-a}}=\frac{2\sqrt6}{3}\Rightarrow \tan b=\sqrt3$

۲ 1

$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$

$5x^2-ax+b=0$

$\overset{x=1}{\Rightarrow} 5-a+b=0$

$b-a=-5$ $\quad b=-3 \quad a=2$

$b+a=-1$

نقطه ناپیوستگی تابع f در ۱ است

که از آنجایی که حد در آن موجود است

حد موجود است $\Rightarrow 1+a+b=0\Rightarrow a+b=-1$

$\left[\frac{-3-4}{3}\right]=-\cancel{3}$ -3

دقت :

۱/۲۵ 2

$$f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & ;\ x\leq 1\\[2mm] \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<5\\[2mm] b(x-[-x]) & ,\ x\geq 5\end{cases}$$

پیوسته $[1,5]$ $ab?$

$\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^-} f(x)=f(1)$

$\lim_{x\to1} \tan\frac{3\pi}{4}=-1=\frac{-3}{a}\Rightarrow a=+3$

$\lim_{x\to5^+} f(x)=f(5)=\lim_{x\to5^-} f(x)\Rightarrow \frac{28}{-4a}=\frac{28}{-12}=11b$

$ab=\frac{-7}{3\times11}\times3=\frac{-7}{11}$

۱/۵ 3

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]$

$=a[x]+b[x]+a+b[a]+b$

$=(a+b)[x]+a+b[a]+b$

تابع در R پیوسته باشد $\Rightarrow a+b=0\Rightarrow a=-b$

پس ضریب براکت باید صفر باشد

$\Rightarrow a-a[a]-\cancel{a}=f(x)$

$-a[a]\neq0$ تابع غیر صفر

$\boxed{\frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1}$

۲ 4

$f(x)=b[x^2-ax]-2a$

تابع جزء صحیح در نقطه‌های صحیح ناپیوسته است

که برای پیوسته بودن تابع در R باید براکت را از بین ببرد $\Rightarrow b=0$

و از آنجایی که تابع صفر نیست $-2a\neq0$

$\Leftarrow f(x)=-2a$

$\boxed{\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=\frac{-1}{2}}$

۲ 5

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & ; x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a) = \lim\limits_{x\to a^-} f(x)$

موجود $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \frac{0}{0} \overset{HOP}{=} \dfrac{2x+m}{-1} = -(2a+m)$

$f(2a)=0 \Rightarrow \underline{4a^2+2ma+n=0}$ $\Rightarrow 2a+m=-2$ (1.5) ۶

$S=-\frac{b}{a}=-m=3a \Rightarrow m=-3a$ $\Rightarrow a=2,\ m=-6$

$\boxed{n-m=2+6=8}$

$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & ; x\notin \mathbb{Z}\\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & ; x\in\mathbb{Z}\end{cases}$ $\boxed{\dfrac{a}{b}=\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2}$

$n\in\mathbb{Z} \Rightarrow \lim\limits_{x\to n^-} f(x) = f(n) = \lim\limits_{x\to n^+} f(x)$ $\to -1 \Rightarrow 2[x]+2[-x] \Rightarrow \lim\limits_{x\to n} f(x)=-2$

$\Rightarrow 3a^2-1=1-a \Rightarrow 3a^2+a-2=0$ $\to \frac{2}{3}$ $\to b\sin(-\pi)=0$ غلط (0.5)

$\to \frac{1}{3}([x]+[-x]) \Rightarrow \lim\limits_{x\to n} f(x) = -\frac{1}{3}$

$\to b\sin(\frac{3\pi}{2})=-b=-\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{b=\frac{1}{3}}$

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq 1\\ \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = f(1) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{4}} f(x) = \dfrac{|x+5|}{4|x+1|+1} = \dfrac{\frac{21}{4}}{6} = \dfrac{21}{24} = \boxed{\dfrac{7}{8}}$ (1) ۸

$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \dfrac{\cancel{|x-1|}(|x+1+m|)}{\cancel{|x-1|}(m(|x+1|)+1)} = \dfrac{|2+m|}{2m+1} = \dfrac{m}{m+2} \Rightarrow (m+2)^2=2m^2+m$

$m^2+4m+4=2m^2+m$

$m^2-3m-4=0$

$m=4,\ m=-1$ غ ق ق

$f(x)=\dfrac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ $D_f=\mathbb{R}-\{a\}=$ a ریشه مخرج است $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ موجود $\Big\} \Rightarrow$ صورت به ازای a صفر است

$a^3+(m-2)a+a^2=0 \Rightarrow -1-m+2+1=0 \Rightarrow m=2$ ۹

تعیین علامت

$a^2+a=0 \Rightarrow a(a+1)=0 \Rightarrow a=-1$ $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to -1} f(x) = \left|\dfrac{\sqrt{3}(\cancel{x+1})}{(\cancel{x+1})(x^2-x+1)}\right| = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ (2)

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\ \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$

$\dfrac{x^2+x}{x^2+ax} = \dfrac{x+1}{x+a} = \dfrac{1}{a} = \dfrac{2a-1}{2a+2} \Rightarrow 2a^2-3a-2=0$ ۱۰

$\to a=-\frac{1}{2}$

$\to a=2$ (2)

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{a}} f(x) = \begin{cases}\xrightarrow{x\to -2} & \dfrac{4+2}{4-\frac{1}{2}(2)} = \dfrac{6}{3} = 2\\ \xrightarrow{x\to \frac{1}{2}} & \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+2(\frac{1}{2})} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \dfrac{3}{5}\end{cases}$

۲ ریشه‌ی مخرج باید ریشه‌ی صورت هم باشد پس ←

$$\begin{cases} 1 + a + b = 0 \\ 5 - a + b < 0 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} b = -3 \\ a < 2 \end{cases}$$

$$\left[\frac{-3-2(2)}{3}\right] = \left[-\frac{7}{3}\right] = -3$$

---

۳ تابع در $x=1$ پیوستگی از راست و $x=5$ پیوستگی از چپ دارد!

$$f(1) = \tan\frac{3\pi}{4} = -1$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{-a\cancel{(1-x)}} = -1 \rightsquigarrow \frac{3}{a} = 1 \rightsquigarrow a = 3$$

$$f(5) = b(5-[-5]) = 10b \qquad \lim_{x\to 5^-} \frac{\overset{|25+5-2|}{|x^2+x-2|}}{\underset{3(-1)}{3(4-x)}} = -\frac{28}{12} = -\frac{7}{3}$$

$$\rightsquigarrow b = \frac{-7}{30} \rightsquigarrow ab = -\frac{7}{30} \times 3 = \boxed{-0.7}$$

۴

$f(2a) = 0 \longrightarrow x = 2a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x = a \longrightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ و $f(a) = 2$ نقطه‌ی پیوستگی ✓

$$f(x) = \frac{\cancel{(x-a)}(x-2a)}{-\cancel{(x-a)}} = 2 \longrightarrow a = 2$$

$$f(x) = \frac{x^2-6x+8}{-(x-2)} \quad \begin{cases} m = -6 \\ n = 8 \end{cases} \rightsquigarrow m - n = 14$$