نام و نام خانوادگی ......[handwritten name]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ...۱۲۰۳...

۱	$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6x^2+(m+2)x+\frac{m}{2}}}{\lvert 2x^3+(m-3)x^2+a^2\rvert} & x\neq a \\ 2\tan b & x=a\end{cases}$ برای پیوسته بودن باید ریشه مضاعف داشته باشد $\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta = (m+2)^2-4(6)(\frac{m}{2})=0 \Rightarrow m=+2$ $\boxed{b=\frac{\pi}{6}}$ $\frac{\sqrt{6x^2+6x+\frac{3}{2}}}{\lvert 2x^3+a^2\rvert}=\frac{\sqrt{6}\lvert x+\frac{1}{2}\rvert}{2\lvert x^3+\frac{1}{8}\rvert}$ $\lim\limits_{x\to(-\frac{1}{2})} f(x)=\frac{\sqrt{6}(x+1)}{2(x^3+\frac{1}{8})}\overset{HOP}{=}\frac{\sqrt{6}}{2\times 3(\frac{1}{4})}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ $a=-\frac{1}{2} \Leftarrow$ دو ریشه مضاعف دارد در صورت ریشه مخرجات و حالت ۰/۰ دارد $\frac{2\tan b}{\sqrt{-a}}=\frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \tan b=\frac{\sqrt{3}}{3}$
۲	$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$ $5x^2-ax+b=0 \overset{x=1}{\Rightarrow} 5-a+b=0$ $b-a=-5$ $b=-3$ $a=2$ $b+a=-1$ نقطه ناپیوستگی تابع f در ۱ است که از آنجایی که در آن صورت صفر است $\Rightarrow 1+a+b=0 \Rightarrow a+b=-1$ $\left[\frac{-3-4}{2}\right]=-4$
۳	$f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & ;x\leq 1 \\ \frac{\lvert x^2+x-2\rvert}{a(1-x)} & 1<x<5 \\ b(x-[-x]) & ,x\geq 5\end{cases}$ پیوسته $[1,5)$ $ab?$ $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=f(1)$ $\lim\limits_{x\to 1^-}\tan\frac{3\pi}{4}=-1=\frac{3}{a}\Rightarrow a=+3$ $\lim\limits_{x\to 5^+}f(x)=f(5)=\lim\limits_{x\to 5^-}f(x)\Rightarrow\frac{28}{-4a}=\frac{28}{-12}=11b$ $ab=\frac{-7}{3\times 11}\times 3=\frac{-7}{11}$
۴	$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]$ $=a[x]+b[x]+a+b[a]+b$ $=(a+b)[x]+a+b[a]+b$ باید در R پیوسته باشد پس ضریب جزء باید صفر باشد $\Rightarrow a+b=0\Rightarrow a=-b$ $\Big\}\Rightarrow a-a[a]-a=f(x)$ $-a[a]\neq 0$ تابع غیر صفر $\frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=\boxed{-1}$
۵	$f(x)=b[x^2-ax]-2a$ جزء صحیح براکت با مقدارهای صحیح ناپیوسته است پس برای پیوسته بودن تابع در R باید براکت را از بین ببرد $b=0 \Leftarrow$ و از آنجایی که تابع صفر نیست $-2a\neq 0$ $f(x)=-2a \Leftarrow$ $\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=\frac{-1}{2}$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & ; x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$$ 6

$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a) = \lim\limits_{x\to a^-} f(x)$

موجود $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \frac{0}{0} \overset{HOP}{=} \frac{2x+m}{-1} = -(2a+m)$

$f(2a)=0 \Rightarrow \underbrace{4a^2+2ma+n}_{-a}=0$

$\Rightarrow 2a+m=-2$

$S=-\frac{b}{a}=-m=3a \Rightarrow m=-3a$ $\Rightarrow$ $a=2$, $m=-6$

$\boxed{n-m=2+6=8}$

$$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(2a^2-1)[-x] & ; x\notin \mathbb{Z}\\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & ; x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2}$

$n\in\mathbb{Z}\Rightarrow \lim\limits_{x\to n^-} f(x) = f(n) = \lim\limits_{x\to n^+} f(x)$

$\Rightarrow 3a^2-1=1-a \Rightarrow 3a^2+a-2=0$

$\to -1 \Rightarrow 2[x]+2[-x] \Rightarrow \lim\limits_{x\to n} f(x)=-2$

$\to b\cancel{\sin(-\pi)} = 0$ ق ق ع

$\to \frac{2}{3}$

$\to \frac{1}{3}([x]+[-x]) \Rightarrow \lim\limits_{x\to n} f(x) = -\frac{1}{3}$

$\to b\sin(\frac{3\pi}{2})=-b=-\frac{1}{3}\Rightarrow \boxed{b=\frac{1}{3}}$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq 1\\ \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$$ 8

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = f(1) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{4}} f(x) = \frac{|x+5|}{4|x+1|+1} = \frac{\frac{21}{4}}{6} = \frac{21}{24} = \boxed{\frac{7}{8}}$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \frac{\cancel{|x-1|}(|x+1+m|)}{\cancel{|x-1|}(m(|x+1|)+1)} = \frac{|2+m|}{2m+1} = \frac{m}{m+2} \Rightarrow (m+2)^2 = 2m^2+m$

$m^2+4m+4=2m^2+m$

$m^2-3m-4=0$ ق ق ع

$m=4$, $m=-1$ غیر قابل قبول

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$$ 9

$D_f=\mathbb{R}-\{a\}$ = ریشه مخرج مشترک a در صورت

موجود $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ $\Rightarrow$ صورت به ازای a صفر است

$a^3+(m-2)a+a^2=0 \Rightarrow -1-m+2+1=0 \Rightarrow m=2$

تابع ناصفر

$a^2+a=0 \Rightarrow a(a+1)=0 \Rightarrow a=-1$

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to -1} f(x) = \left|\frac{\sqrt{3}\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x^2-x+1)}\right| = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\ \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$$ 10

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$

$\frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{x+1}{x+a} = \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2} \Rightarrow 2a^2-3a-2=0$

$\to a=-\frac{1}{2}$

$\to a=2$

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{a}} f(x) = \begin{cases} x\to -2 & \frac{4+2}{4-\frac{1}{2}(2)} = \frac{6}{3} = 2\\ x\to \frac{1}{2} & \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+2(\frac{1}{2})} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}\end{cases}$