مبینا جعفری پور　　تکلیف ۲۱　　گروه دوازدهم دختر B　　۲۰ آفرین ★

۱

$f(x) \Rightarrow \lim_{x\to a} f(x) = f(a) \Rightarrow$ (پیوسته)

$\dfrac{\sqrt{6x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|12x^3+(m-3)x^2+a^2|} \Rightarrow \Delta=0 \to (m+3)^2-12m=0 \Rightarrow m^2-6m+9=0 \Rightarrow m=3$

چون در R پیوسته است باید صورت تعریف شده باشد

مخرج ریشه نخواهد داشت

$\Rightarrow |12x^3+a^2| \Rightarrow 2a^3+a^2=0=a^2(2a+1)$　$a=0$ غ ق ق، $a=-\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to a} f(x) = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}(4x^2+4x+1)}}{|2x^3+\frac{1}{4}|} = \lim_{x\to a}\dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\times 2|x+\frac{1}{2}|}{2|x^3+\frac{1}{8}|} = \lim_{x\to a}\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\,|x^2+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x|} = \dfrac{\sqrt{3}\times 4}{\sqrt{2}\times 3} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3} = f(a) = \dfrac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = 2\sqrt{2}\tan b \Rightarrow \tan b = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

همواره مثبت [illegible]

$\Rightarrow \boxed{b=\frac{\pi}{6}}$　　۲

۲

$x=1 \Rightarrow f(x)$ کوتاه نشده ⇐ نقطه ناپیوستگی ⇐ حد دارد : $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{\Longrightarrow} (1)^2+a(1)+b=0 \Rightarrow a+b=-1$ (I)　　۲

$5x^2-ax+b=0 \to 5(1)^2-a(1)+b=0 \Rightarrow b-a=-5$ (II) $\xrightarrow{(I),(II)} 2b=-6 \Rightarrow b=-3,\ a=2$　　$\left[\dfrac{b-2a}{3}\right]=\left[\dfrac{-3-4}{3}\right]=\boxed{-3}$

۳

$x=1$ پیوستگی از راست:

$f(1)=\tan\dfrac{(3)\pi}{4}=-1$

$\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \lim_{x\to1^+}\dfrac{x^2+x-2}{a(1-x)} = \lim_{x\to1^+}\dfrac{-(x+2)}{a} = -\dfrac{3}{a}$

$\Rightarrow -1=-\dfrac{3}{a} \Rightarrow \boxed{a=3}$

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$　　۲

$x=5$ پیوستگی از چپ:

$f(5)=b(5-[-5])=10b$

$\lim_{x\to5^-} f(x) = \lim_{x\to5^-}\dfrac{x^2+x-2}{3(1-x)} = \dfrac{28}{-12} = \dfrac{-7}{3}$

$\Rightarrow 10b=-\dfrac{7}{3} \Rightarrow \boxed{b=-\dfrac{7}{30}}$　　$ab=3\times-\dfrac{7}{30}=\boxed{-0/7}$

۴

$f(x)=a([x]+1)+b([x]+[a]+1)=[x](a+b)+a+b[a]+b \xrightarrow[\text{ناپیوسته } [x]]{f(x)\text{ پیوسته}} a+b=0 \Rightarrow f(x)=b[a]$　　۲

$\dfrac{a[a]}{f(a)}=\dfrac{a[a]}{b[a]}=\dfrac{a}{b} \xrightarrow[\Rightarrow a=-b]{a+b=0} \boxed{-1}$

۵

$f(x)=b[x^2-ax]-2a \Longrightarrow b=0 \Rightarrow f(x)=-2a$　　$\dfrac{a}{f(b)}=\dfrac{a}{-2a}=\boxed{\dfrac{-1}{2}}$　　۲

۶

$\lim_{x\to a}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x}=2 \xrightarrow{\text{چون حد دارد}} a^2+ma+n=0$ (I)

پس صورت صفر بود

HoP $\lim_{x\to a}\dfrac{2x+m}{-1}=-(2a+m)=2$ (II)

$f(2a)=0=\dfrac{(2a)^2+m(2a)+n}{a-2a} \Rightarrow 4a^2+2am+n=0$ (III)

(I),(III) $= 3a^2+ma=0$　　$a=0$ غ ق ق ⇐ $f(2a)$ تعریف نشده می‌شود　　۲

$a\neq0 \Rightarrow 3a+m=0 \Rightarrow m=-3a$ ★

★,(II) $\Rightarrow -(2a-3a)=\boxed{a=2} \Rightarrow \boxed{m=-6},\ a^2+ma+n=4-12+n=0 \Rightarrow \boxed{n=8}$　　$n-m=8-(-6)=\boxed{14}$

۷

$\lim_{x\to2^+} f(x)=\lim_{x\to2^-} f(x) \Rightarrow$

$\lim_{x\to2^+} f(x)=\lim_{x\to2^+}(1-a)(x)+(3a^2-1)(-x-1)$

$\lim_{x\to2^-} f(x)=\lim_{x\to2^-}(1-a)(x-1)+(3a^2-1)(-x)$

$[x]=\begin{cases} x & 2^+ \\ x-1 & 2^- \end{cases}$　　$[-x]=\begin{cases} -x-1 & 2^+ \\ -x & 2^- \end{cases}$

$\Rightarrow (1-a)x+(3a^2-1)(-x-1)=(1-a)(x-1)+(3a^2-1)(-x) \Rightarrow 1-3a^2=a-1 \Rightarrow 3a^2+a-2=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=\frac{2}{3} \end{cases}$　　۲

$a=-1$: $\lim_{x\to2} f(x)=2x+2(-x-1)=-2$، $b\sin(\frac{\pi}{a})=b\sin(-\pi)=0 \Rightarrow \lim_{x\to2} f(x)\neq f(x)$

$\boxed{a=\frac{2}{3}} \Rightarrow b\sin\dfrac{3\pi}{2}=-b=(1-\frac{2}{3})x+(3(\frac{2}{3})^2-1)(-x-1)=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}=-\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{b=\frac{1}{3}}$　　$\dfrac{a}{b}=\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=\boxed{2}$

۸ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{|(x+m+1)(x-1)|}{|x-1|(m|x+1|+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{|x+m+1|}{m|x+1|+1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{|2+m|}{2m+1}$

$|2+m|=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow f(1)$ تعریف نشده غ ق ق

$2+m>0 \Rightarrow \frac{2+m}{2m+1}=\frac{m}{m+2} \Rightarrow (m+2)^2=m(2m+1) \Rightarrow m^2-3m-4=0 \Rightarrow m=-1,\ m=4$

$2+m<0 \Rightarrow -\frac{(2+m)}{2m+1}=\frac{m}{m+2} \Rightarrow 3m^2+5m+4=0 \Rightarrow \Delta<0$

$m|x+1|+1 \neq 0 \Rightarrow |x+1| \neq \frac{-1}{m} \Rightarrow m>0 \Rightarrow \underline{m=4}$

چون در R پیوسته است

$\lim\limits_{x\to \frac14} f(x)=\lim\limits_{x\to \frac14}\frac{|1+\frac14+4|}{4|\frac14+1|+1}=\frac{\frac{21}{4}}{6}=\boxed{\frac{7}{8}}$

۲

۹ $f(x)=\frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|} \Rightarrow x=a$ مخرج فقط صفر می‌شود $\Rightarrow$

$(x-a)^3=x^3+a^3-3ax^2+3a^2x \Rightarrow -3a=0 \Rightarrow a=0$ غ ق ق $\Leftarrow$ $f(x)$ صفر است

$x^3-a^3 \Rightarrow m-2=0 \Rightarrow \boxed{m=2}$, $-a^3=a^2 \Rightarrow \boxed{a=-1}$, $a=0$

$\Rightarrow f(x)=\frac{-\sqrt{3}\,|x+1|}{|x^3+1|} \Rightarrow \lim\limits_{x\to -1}\frac{-\sqrt{3}\,|x+1|}{|x^3+1|}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{-\sqrt{3}}{|x^2+1-x|}=\boxed{\frac{-\sqrt{3}}{3}}$

۲

۱۰ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x+1}{x+a}=\frac{1}{a}$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{x-1}{x-a}=\frac{1}{a}$

$\Rightarrow \frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a} \Rightarrow 2a^2-a=2a+2 \Rightarrow 2a^2-3a-2=0 \Rightarrow a=-\frac12$ مخرج صفر می‌شود غ ق ق ، $\boxed{a=2}$

$\lim\limits_{x\to \frac12}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac14+\frac12}{\frac14+1}=\boxed{\frac{3}{5}}$

۲