

۱۸، ۱۷۵

مخرج معکوب باید ریشه اش a باشد و صورت برای اینکه ناپیوستگی ایجاد نکند باید ریشه داشته باشد یا ریشه اش a باشد $(\Delta \leq 0)$ (۱، ۵)

باید a باشد $(\Delta \leq 0) \rightarrow m^2 + 4m + 9 - 12m \leq 0 \rightarrow (m-3)^2 \leq 0 \rightarrow m=3$

غیر قابل قبول چون $a \rightarrow 0 \rightarrow a^2 |2a+1| = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ضابطه دوم را تعریف نمی کند قبل قبول

$\rightarrow \frac{\sqrt{4x^2+4x+\frac{13}{4}}}{|2x^3+a^2|}$ $a \rightarrow$ ریشه یخ است $|2a^3+a^2| = 0 \rightarrow a^2 |2a+1| = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{\frac{13}{4}} \times |2a+1|}{|a^2| \times |2a+1|} = \frac{\sqrt{\frac{13}{4}}}{\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{4}}$ $\frac{r \tan b}{\frac{1}{r}} = r^2 \tan b = 2 \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{4}} \rightarrow b = \frac{\sqrt{13}}{2}$

وقتی حد در تابعی موجود است اما تابع در آن پیوسته نیست یعنی حفره داریم در نقطه تابع یا به عبارت دیگر تابع در آن نقطه تقریباً نه است. و $f(x)$ در $x=a$ تقریباً نه است پس $x=a$ ریشه ی $\Delta x^2 - ax + b = 0$ بوده!

$\Delta x^2 - ax + b = 0 \xrightarrow{x=a} a^2 - a + b = 0$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} \rightarrow$ برای اینکه حد موجود باشد پس $1 + a + b = 0$ صورت هم به ازای $x=a$ صفر بوده

$\rightarrow \begin{cases} -a + b = -a^2 \\ a + b = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -a^2 + a \\ -a - a^2 + a = -1 \end{cases} \rightarrow -a^2 = -1 \rightarrow a = \pm 1$

$\checkmark \left[\frac{b-a}{r} \right] = \left[\frac{-1}{\frac{1}{r}} \right] = -r$

تابع در نقاط مزی ضابطه یعنی Δ و a باید دارای پیوستگی باشد

$x \rightarrow 1^- \rightarrow \tan \frac{\pi}{2} = -1$

$x \rightarrow 1^+ \rightarrow \frac{-1}{a(1-x)} = \frac{-1}{a} \xrightarrow{x \rightarrow 1} -\frac{r}{a} \rightarrow -1 = -\frac{r}{a} \rightarrow a = r$ (۱، ۵)

$x \rightarrow a^+ \rightarrow b(x - [-x]) \xrightarrow{[-(a^+)] = -a} b(x+a) \xrightarrow{x \rightarrow a} b$ $\rightarrow b = \frac{-1}{r} \rightarrow b = \frac{-1}{rr}$

$(\Delta: \frac{-1}{a} \xrightarrow{x \rightarrow a} \frac{-1}{a \cdot r} = \frac{-1}{r})$ $a \times b = r \times \frac{-1}{rr} = \frac{-1}{r}$

$f(x) = a[x+a] + b[x+[a+1]] = [x] + a + b[x + \underbrace{[a+1]}_{\text{عدد صحیح}}] = a[x] + a + b[x] + b[a] + b$

در اینم بدکت باید ناپیوستگی $\rightarrow (a+b)[x] + a + b[a] + b \xrightarrow{a+b=0} a + b[a] + b \xrightarrow{b=-a} a - a[a] - a = -a[a]$

در اینم ماسی خاصیم در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد پس بدکت های دارای متغیر باید با هم خط بخورن $\rightarrow \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$ (۲)

$f(x) = b[x(x-a)] - ra \xrightarrow{\text{در } x=0} f(0^+) = f(0^-) \rightarrow -ra = -b - ra \rightarrow b = 0$

$f(x) = -ra \rightarrow f(b) = -ra \quad \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-ra} = -\frac{1}{r}$ (۲)

۶ $f(a) = 0$ پس a ریشه صورت بوده، از طرف دیگر در $x=a$ هم دارد و مقدار آن برابر ۲ است (طبق ضابطه یاسین) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + mx + n}{a - x} \rightarrow \frac{(x-a)(x-2a)}{(a-x)} \xrightarrow{x=a} \frac{(a-a)(a-2a)}{(a-a)} \rightarrow \frac{0}{0}$ هم a ریشه است هم $2a$! $f(x) = \frac{(x-2)(x-2)}{2-x} = \frac{x^2 - 4x + 4}{2-x} \rightarrow m = -4, n = 4 \rightarrow n - m = 8$	۶
۷ هر یک از آنکه نتوانست به عبارت رادیکالی تبدیل کند اینها باید در ویراکت با ضرب یکسان به وجود آوریم بتوان از ضرب یکسان استفاده کرد: $1 - a = 2a^2 - 1 \rightarrow 2a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow a = -1 \quad \text{یا} \quad a = \frac{2}{1}$ $1 - a = -1 \rightarrow 2(x) + 2(-x) = 2(x + [-x]) \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} = 2(-1) = -2 \xrightarrow{\text{بجای}} = b \sin(-\pi)$ $\rightarrow -2 = b \times 0 \quad \text{غیر قابل قبول} \quad a = \frac{2}{1} \rightarrow \frac{1}{1}(x) + \frac{1}{1}(-x) = \frac{1}{1}(x + [-x]) \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} \frac{1}{1}x - 1 = -\frac{1}{1}$ $\xrightarrow{\text{چون بخواهیم}} \frac{1}{1} = b \sin\left(\frac{\pi}{1}\right) \rightarrow b = \frac{1}{1} \quad \frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{1}{1}} = 2$	۷
۸ a ریشه صورت هم هست و واضح است که در صورت $a + b + c = 0$ به قدر است پس یکبار از ریشه ها a بوده و دیگری $(-m-1)$ بوده است! $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 \cdot x+m+1 }{ x-1 (m x+1 +1)} = \frac{m}{m+2} \rightarrow \frac{ m+2 }{ m+1 } = \frac{m}{m+2}$ $m < -2 \rightarrow \frac{-(m+2)}{m+1} = \frac{m}{m+2} \rightarrow -m^2 - 2m - 2 = m^2 + m \rightarrow 2m^2 + 3m + 2 = 0 \rightarrow \Delta < 0$ $m > -2 \rightarrow \frac{m+2}{m+1} = \frac{m}{m+2} \rightarrow m^2 - 1 = 0 \rightarrow m = 1 \text{ و } m = -3$ چون $m = -1$ غیر قابل قبول است چون $m = 1$ یا $m = -3$ در ریشه در مخرج پس $m = -1$ و $m = -3$ باید $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x+5}{2x+5} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$	۸
۹ مخرج نقیض یک ریشه داشته است و آن هم a بوده پس صورت هم به ازای a صفر بوده که معجم $\frac{0}{0}$ ربح اجهت شود غیر قابل قبول چون تابع به ازای $a = 0$ صفر شود در صورتی که خود سوال گفته $a \neq 0$ تابع $f(x)$ صفر است. قابل قبول $\leftarrow$ ریشه مخرج a بوده است $-1 - m + 2 + 1 = 0 \rightarrow m = 1$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x} - x - 1}{x^2 + 1} = \frac{\sqrt{x} - x + 1}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$ $\xrightarrow{x=-1} \frac{\sqrt{-1} - (-1) - 1}{(-1)(1 - 1 + 1)} = \frac{-\sqrt{1}}{-1} = \frac{\sqrt{1}}{1}$	۹
۱۰ تابع در $x=0$ باید پیوسته باشد $\rightarrow \frac{ x (x +1)}{ x (x +a)} = \frac{ x +1}{ x +a} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{1}{a}$ $a = 2$ قابل قبول است چون آنها $a = \frac{1}{2}$ در ضابطه اول قرار نکته در مخرج ایجاد ریشه می کند و ناپیوسته است $\frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow 2a^2 - a = 2a + 2 \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0 \rightarrow a = 2 \quad \checkmark$ $\rightarrow a = \frac{1}{2} \times$ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$	۱۰

عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر را داشته باشد و مخرج را هم صف کنند!

$$\Delta = 0 \rightarrow (m+3)^2 - 4 \times 4 \left(\frac{m}{4}\right) = m^2 - 4m + 9 = 0 \rightarrow \boxed{m=3}$$

$$\lim_{n \rightarrow a} \frac{\sqrt{4(n^2 + n + \frac{1}{4})}}{|2n^2 + a^2|} = \frac{\sqrt{4|n + \frac{1}{4}|}}{|2n^2 + a^2|} \rightarrow 2a^3 + a^2 = 0 \rightarrow a = 0 \quad (\text{مخرج صفر نیست و صورت عدد است})$$

$$\hookrightarrow a = -\frac{1}{4} \checkmark \rightarrow \frac{\sqrt{4|n + \frac{1}{4}|}}{|2n^2 + \frac{1}{4}|} = \frac{2\sqrt{4}}{3}$$

$$\frac{2 \tan b}{\sqrt{-1(-\frac{1}{4})}} = \frac{2\sqrt{4}}{3} \rightarrow \tan b = \sqrt{\frac{3}{2}} \rightarrow b = \frac{\pi}{4}$$

۳ تابع در $x=1$ پیوسته از راست و $x=5$ پیوسته از چپ دارد!

$$f(1) = \tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{|n^2 + n - 2|}{a(1-n)} = \frac{(n+2)(n-1)}{-a(1-n)} = -1 \rightarrow \frac{3}{a} = 1 \rightarrow a = 3$$

$$f(5) = b(5 - [-5]) = 10b \quad \lim_{n \rightarrow 5^-} \frac{|25 + 5 - 2|}{\frac{3}{2}(5-n)} = -\frac{28}{12} = -\frac{7}{3}$$

$$\rightarrow b = \frac{-7}{10} \rightarrow ab = -\frac{7}{10} \times 3 = \boxed{-.17}$$

$$\lim_{n \rightarrow +} \frac{n^2 + n}{n^2 + an} = \frac{n(n+1)}{n(n+a)} = \frac{1}{a}$$

$$\lim_{n \rightarrow -} \frac{n^2 - n}{n^2 - an} = \frac{n(n-1)}{n(n-a)} = \frac{1}{a}$$

$$\rightarrow f(\cdot) = \frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0 \rightarrow a = 2$$

$$\hookrightarrow a = \frac{1}{2}$$

مخرج را همیشه در صورت قرار می‌دهیم و پیوسته نیست!

$$\text{if } a=2 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{n^2 + n}{n^2 + 2n} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{3}{2}} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

۱۰