نام و نام خانوادگی ......مریم محمدی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ ...... کلاس ......دوازدهم ریاضی......

۱

a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و از طرفی مخرج را صفر می‌کند.

$\Delta = 0 \to (m+3)^2 - 12m = 0 \to (m-3)^2 = 0$

f پیوسته است پس $x=-\frac{1}{2}$ ریشه مضاعف زیر رادیکال تا زیر رادیکال در R تعریف پذیر شود

$m = 3 \to x = a = \frac{-(m+3)}{2(6)} \xrightarrow{m=3} x = a = -\frac{1}{2}$

$\lim \frac{\sqrt{6(x+\frac{1}{2})^2}}{2x^3+\frac{1}{4}} = \lim \frac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x^3+\frac{1}{8}|} = \lim \frac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{|x+\frac{1}{2}|\,|x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|} = \frac{\sqrt{6}}{\frac{3}{4}} \quad \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{x\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \frac{x\sqrt{6}}{3} \to \sqrt{2}\tan b = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \to \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \to b = \frac{\pi}{6}$

۲

تابع f(x) مقدار ریشه مخرج ناپیوسته می‌باشد در صورتی که آن را دارای حد است که $x=1$ ریشه صورت هم باشد

$f(x)\; x^2+ax+b=0 \xrightarrow{f(1)=0} 1+a+b=0$

$g(x) = 5x^2 - ax + b \xrightarrow{g(1)=0} 5-a+b=0$

$\Big\}\; b=-3,\ a=2$

$\left[\frac{b-2a}{3}\right] = \left[\frac{-3-4}{3}\right] = \left[\frac{-7}{3}\right] = -3$

۳

$$\begin{cases} \tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & x \le 1 \\ \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x-[-x]) & x \ge 5 \end{cases}$$

$\xrightarrow{x=1} \tan\frac{3\pi}{4} = -1$ ①

$x<1 \to -1$

برای $x>1$ $|x^2+x-2|$ مثبت است $(x+2)(x-1)$

$1<x \to \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{-a\cancel{(x-1)}} = \frac{3}{-a} =$ ① $\to \frac{3}{-a} = -1$

$\boxed{a=3}$

$x \ge 5 \xrightarrow{x=5} b(\underbrace{5-[-5]}_{10}) = 10b$

$x<5 \to \frac{25+5-2}{3(-4)} = 10b \to \frac{28}{3(-4)} = 10b \to -\frac{7}{3} = 10b \to b = -\frac{7}{30}$

$ab = 3 \times -\frac{7}{30} = -0.7$

۴

$f(x) = a[x]+a+b[a]+ab+b[x] = \underbrace{(a+b)[x]}_{0} + a + b + b[a]$

برای اینکه f تابع پیوسته باشد پس باید ضریب براکت صفر باشد.

$a+b=0 \to a=-b$

$f(x) = -a[a]$

$\to \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$

۵

تابع f زمانی در R پیوسته است که براکت نداشته باشد. ① $b=0$

$f(x) = b[x^2-ax]-2a \xrightarrow{①} f(x) = -2a$

$\frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$

$f(a)=2 \rightarrow$ ریشه صورت و مخرج $x=a$ ~~...~~ $2a+m$ ~~$x=a$ ... $2a+m=-2$~~

$f(2a)=0 \rightarrow 4a^2+2ma+n=0 \rightarrow f(x)=\dfrac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)}=-(x-2a)$

$x=a \rightarrow -(a-2a)=2 \rightarrow a=2$ ۶

$((x-a)(x-2a)=x^2-3ax+2a^2=x^2+mx+n \begin{cases} m=-3a \rightarrow m=-6 \\ n=2a^2 \rightarrow n=8 \end{cases}$

$n-m=8-(-6)=14$

$x\to 0^+ \rightarrow (1-a)(0)+(3a^2-1)(-1)=1-3a^2$ ① $x=0 \rightarrow b\sin(\frac{\pi}{a})$

$x\to 0^- \rightarrow (1-a)(-1)+(3a^2-1)(0)=a-1$ ② $\underset{\text{پیوسته}}{①=②}$ $1-3a^2=a-1 \rightarrow a=\frac{2}{3}$ ، $a=-1$

$a=-1 \rightarrow b\sin(-\pi)=0 \} \rightarrow b$ غ ق $a=\frac{2}{3} \rightarrow b\sin(\frac{3\pi}{2})=-b \} -b=-\frac{1}{3} \rightarrow b=\frac{1}{3}$ ۷

در حالی که باید ۲- می شد $\rightarrow$ ۰ شد $a-1 \rightarrow \frac{2}{3}-1 \rightarrow -\frac{1}{3}$

$\frac{a}{b}=\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$

$\dfrac{|x-1||x+m+1|}{|x-1|(m|x+1|+1)}=\dfrac{|m+x+1|}{(m|x+1|+1)} \xrightarrow{x=1} \dfrac{|m+2|}{2m+1}=\dfrac{m}{m+2}$

$m<-2 \rightarrow -m^2-4m-4=2m^2+m \rightarrow 3m^2+5m+4=0 \rightarrow \Delta<0$ غ ق ق

$m>-2 \rightarrow m^2+4m+4=2m^2+m \rightarrow m^2-3m-4=0 \begin{cases} m=4 & ① \\ m=-1 & ② \end{cases}$ ۸

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}} f(x)=\dfrac{|\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1|}{\frac{1}{4}\times\frac{5}{4}+1}=\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{21}{16}}=\dfrac{24}{19}$ ② $\lim f(x)\ \dfrac{|-1-1+1|}{(-1\times 0+1)}=1$

باتوجه به پیوستگی در $x\neq a$ و موجود بودن حد در $x=a$ عدد a تنها ریشه مخرج و ریشه مشترک صورت و مخرج کسر است

$x=a \quad \sqrt{3}\,|a^2+a|=0 \rightarrow a^2+a=0 \rightarrow a(a+1)=0 \begin{cases} a=0 & \text{تابع ناحیه‌ای غ ق ق} \\ a=-1 & ✓ \end{cases}$

$x=-1 \rightarrow$ ریشه مخرج $|-2+(m-2)-1+2|=0 \rightarrow m-2=0 \rightarrow m=2$ ۹

$f(x)=\dfrac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|} \quad \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

~~$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a \\ 2 & x=a \end{cases}$~~ ~~... هم ریشه صورت بوده و هم مخرج پس حد ...~~

$x\to 0^+ \quad \dfrac{x(x+1)}{x(x+a)}=\dfrac{x+1}{x+a}=\dfrac{1}{a} \rightarrow x\to 0^- \quad \dfrac{x(x-1)}{x(x-a)}=\dfrac{1}{a}$ ۱۰

$\dfrac{1}{a}=\dfrac{2a-1}{2a+2} \rightarrow 2a+2=2a^2-a \rightarrow 2a^2-3a-2=0 \rightarrow a^2-3a-4=0 \quad (a-4)(a+1)=0 \rightarrow a=2 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$a=2 \quad \lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)\ \dfrac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}+2}=\dfrac{3}{5} \qquad \lim f(x)\ \dfrac{2+1}{2-\frac{1}{2}}=\dfrac{3}{\frac{3}{2}}=2$