Subject : ______ Date: ______ عرفان رها

① 

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|12x^3+(m-3)x^2+a^2|} & x\neq a\\[2ex] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} & x=a\end{cases}$$

a باید ریشه زیر رادیکال و مخرج صفر کند

$$\Delta=0 \to (m+3)^2-4\times6\times\frac{m}{2}=0 \to m^2+6m+9-12m=0 \to m=3$$

$$\to 6x^2+6x+\frac{3}{2}=0 \Longrightarrow x=\frac{-6\pm0}{12}=-\frac{1}{2}=a$$

$$\lim_{x\to-\frac12}\frac{\sqrt{6(x+\frac12)^2}}{|12x^3+\frac14|}=\lim_{x\to-\frac12}\frac{\sqrt6\,|x+\frac12|}{12|x^3+\frac18|}=\lim\frac{\sqrt6\,|x+\frac12|}{12|x+\frac12||x^2-\frac{x}{2}+\frac14|}=$$

$$\frac{\sqrt6}{2\times\frac34}=\frac{2\sqrt6}{3} \qquad f(-\tfrac12)=\frac{2\tan b}{\sqrt{\frac12}}=2\sqrt2\tan b=\frac{2\sqrt6}{3}\to b=\frac{\pi}{6}$$

② اگر درجه دوم

$$5x^2-ax+b=0 \qquad f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$$

در $x=1$ تابع ناپیوسته است

$$5-a+b=0 \to a-b=5$$

$$1+a+b=0 \to a+b=-1 \qquad a=b+5 \to b+5+b=-1 \to$$

$$\left[\frac{-3-4}{3}\right]=-3 \qquad b=-3,\ a=2$$

③ 

$$f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & x\leq1\\[1ex] \dfrac{|x^2+x-2|}{x(1-x)} & 1<x<5\\[1ex] b(x-[-x]) & x\geq5\end{cases}$$

$$(x+2)(x-1)$$

| -2 | | 1 | |
|---|---|---|---|
| + | | - | + |

در بازه ۱ تا ۵ پیوسته است

$$\lim_{x\to1^+}\frac{(x+2)(x-1)}{a(1-x)}=\tan\frac{3}{4}\pi=-1 \to \frac{-3}{a}=-1\to a=3$$

Subject: ______ Date: ______

$$f(۵)=\lim_{x\to ۵^-} f(x) \longrightarrow \lim_{x\to ۵^-}\frac{|x^۲+x-۲۱|}{۳(۱-x)} = \frac{|\overset{۲۸}{\cancel{۲۵+۵}}-۲۱|}{۳(-۴)} = \frac{-۷}{۳}$$

$$\longrightarrow \frac{-۷}{۳} = b(۵-(+۶)) = -b \to b=\frac{۷}{۳} \qquad ab = ۳\times\frac{۷}{۳} = ۷$$

$$f(۵) = \lim_{x\to ۵^+} f(x) = b(x-[-x]) = b(۵-(۶)) = -b$$

$$x>۵ \to -x<-۵ \longrightarrow [-x]=-۶$$

۴

$$f(x) = a[x]+a+b[x]+b[a]+b$$

$$=[x](a+b)+a+b+b[a]$$

چون f پیوسته است ضریب $[x]$ باید صفر باشد

$$\frac{a[a]}{f(x)} = \frac{a[a]}{\underbrace{\cancel{a+b}}_{-a}+\underbrace{b}_{-a}[a]} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1 \Big\{ b=-a \leftarrow a+b=0$$ بنابراین

۵

چون f پیوسته است ضریب براکت باید صفر باشد (چون تابع به ازای هر عددی که داخل براکت را صحیح کند ناپیوسته باشد)

$$b=0 \longrightarrow f(x) = -۲a \qquad \frac{a}{f(a)} = \frac{a}{-۲a} = \frac{-۱}{۲}$$

Subject : Date:

۶

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ ۲ & x=a\end{cases}$$

تابع پیوسته است ریشه مخرج a است پس باید صورت $x=a$ صفر باشد

در سوال گفته شده $f(۲a)=۰ \Longleftarrow$ a و ۲a ریشه صورت

$$S=\frac{-m}{۱}=۳a\to m=-۳a\ ,\ P=\frac{n}{۱}=۲a^۲$$

$$\lim_{x\to a}\frac{x^۲+mx+n}{a-x}=\frac{۲x+m}{-۱}=-۲a-m=۲\to -۲a+۳a=a=۲$$

$$\longrightarrow m=-۶\ ,\ n=۸\longrightarrow n-m=۱۴$$

---

۷

$$\lim_{x\to ۰^+}f(x)=۱-a\times ۰+(-۱)(۳a^۲-۱)=+۱-۳a^۲$$

$$\lim_{x\to ۰^-}f(x)=(۱-a)(-۱)+۰(۳x^۲-۱)=a-۱$$

نقطه صفر در تعریف نداریم

$$-۳a^۲+۱=a-۱\longrightarrow ۳a^۲+a-۲=۰\longrightarrow a=\frac{۲}{۳}\ ,\ a=-۱$$

$a=-۱\longrightarrow b\times\sin(-\pi)=۱-۳=-۲\times$ غلط

$$a=\frac{۲}{۳}\longrightarrow \underbrace{b\times\sin\frac{۳\pi}{۲}}_{-b}=-\frac{۱}{۳}\to b=\frac{۱}{۳}\to\frac{a}{b}=۲$$

Subject: ____________ Date: ____________

⑧

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq 1\\[2ex] \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$$

$$\frac{\cancel{|x-1|}\,|x+m+1|}{\cancel{|x-1|}\,(m|x+1|+1)} \qquad \lim_{x\to 1} f(x)=\frac{|m+2|}{2m+1}=f(1)=\frac{m}{m+2}$$

$$m>-2 \to \frac{m+2}{2m+1}=\frac{m}{m+2} \longrightarrow m=4,\ m=-1$$

$$m<-2 \to \frac{-m-2}{2m+1}=\frac{m}{m+2} \longrightarrow 3m^2+5m+4=0 \quad \Delta<0$$

جواب ندارد

$$m=4 \longrightarrow f\left(\tfrac{1}{4}\right)=\frac{\left|\frac{1}{16}+1-5\right|}{4\left(\frac{1}{16}-1\right)+\left|\frac{1}{4}-1\right|}=\frac{63}{16}\times\frac{16}{72}=\frac{7}{8}$$

$$m=-1 \longrightarrow f(-1)=\frac{|1+1|}{-1\times 0+|1-2|}=1$$

⑩

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\[2ex] \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+|x|}{x^2-a|x|}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}\xrightarrow{HOP}\frac{2x+1}{2x+a}=\frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}\xrightarrow{HOP}\frac{2x-1}{2x-a}=\frac{1}{a}$$

✓ قبول

$$a=2,\ a=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a}=\frac{2a-1}{2a+2}\to 2a^2-a=2a+2\longrightarrow 2a^2-3a-2=0$$

$$\lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{x^2+|x|}{x^2+2|x|}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1}=\frac{3}{5}$$