۸/۱۵

حدیث حسین پور

۱) $\frac{۲\tan b}{\sqrt{-m}} = \lim_{x\to a} \frac{\sqrt{۶x^۲+(m+۴)x+\frac{m}{۴}}}{|۲x^۳+(m-۴)x^۲+a^۲|} \rightarrow \frac{\sqrt{۶a^۲+(m+۴)a+\frac{m}{۴}}}{|۲a^۳+(m-۴)a^۲+a^۲|}$

$۲a^۳+a^۲m-۳a^۲+a^۲ \rightarrow a^۲(۳a-۲+m)=۰$ — $a=۰$; $a=\frac{۲-m}{۳}$

$۲a^۳-۲a^۲\overset{-۳a^۲}{}+a^۲m$

$۶\left(\frac{۲-m}{۳}\right)^۲+(m+۳)\left(\frac{۲-m}{۳}\right)+\frac{m}{۲}$

۱

۲) $\frac{x^۲+ax+b}{x-۱} \xrightarrow[\text{حد پیوسته ۲}]{x=۱ \text{ در}}$ $۵-a+b=۰ \rightarrow -a+b=-۵$

$۱+a+b=۰ \rightarrow a+b=-۱$

$۲b=-۶ \rightarrow b=-۳$

$a=۲$

۲

$\left[\frac{b-۲a}{۳}\right]=\left[\frac{-۳-۴}{۳}\right]=-۳$ ✓

۳) $\begin{cases} \tan\frac{(۲x+۱)\pi}{۴} & x\le ۱ \\ \frac{|x^۲+x-۲|}{a(۱-x)} & ۱<x<۵ \\ b(x-[-x]) & x\ge ۵ \end{cases}$

$x=۱$ $\tan\frac{۳\pi}{۴}=-۱$

$\frac{|x^۲+x-۲|}{a(۱-x)}=\frac{|(x+۲)\cancel{(x-۱)}|}{-a\cancel{(x-۱)}} \overset{x=۱}{=} \frac{۴}{-a}=-۱$ $a=۳$

۱/۵

$x=۵$ $\frac{\overset{۱۴}{\cancel{۲۸}}}{-\underset{۲}{\cancel{۴}}\times ۳}=\frac{-۷}{۳}$

$a.b=\frac{-۷}{۳۳}\times ۳=\frac{-۷}{۱۱}$

$b(x+۶) \rightarrow b(\overset{۱۱}{\cancel{۵+۶}})=\frac{-۷}{۳}$ $b=\frac{-۷}{۳۳}$

۴) $f(x)=a[x+۱]+b[x+[a+۱]] \rightarrow a[x]+\cancel{a}+b[x]+b[a]+\cancel{b}$

۲ $[x]+۱$ $[x]+[a]+۱$

$a=-b$ $f(a)=-a[a]$

$\frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-۱$ ✓

۵) $b[x^۲-ax]-۲a$

$b=۰$

$\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{f(۰)}=\frac{a}{-۲a}=\frac{-۱}{۲}$ ✓

۵

۱- عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$\Delta=۰ \rightarrow (m+۳)^۲ - ۴ \times ۶ (\frac{m}{۲}) = m^۲ - ۶m + ۹ = ۰ \rightsquigarrow \boxed{m = ۳}$

$\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{۶(x^۲+x+\frac{۱}{۴})}}{|۲x^۳+a^۲|} = \frac{\sqrt{۶}|x+\frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳+a^۲|} \rightsquigarrow ۲a^۳+a^۲=۰ \rightarrow a=۰$ (مخرج صفر دقیق و صورت عدد است ×)

$\hookrightarrow a=-\frac{۱}{۲}$ ✓ $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{۶}|\cancel{x+\frac{۱}{۲}}|}{۲|\cancel{x+\frac{۱}{۲}}||x^۲-\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۴}|} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$

$\frac{۲\tan b}{\sqrt{-(-\frac{۱}{۲})}} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳} \rightsquigarrow \tan b = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow b = \frac{\pi}{۶}$

۶

$f(۲a)=۰ \longrightarrow x=۲a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x=a \longrightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ و $f(a)=۲$ نقطه‌ی پیوستگی ✓

$f(x) = \frac{(\cancel{x-a})(x-۲a)}{-(\cancel{x-a})} = ۲ \rightarrow a=۲$

$x) = \frac{x^۲-۶x+۸}{-(x-۲)}$ $\rightarrow m=-۶$, $\hookrightarrow n=۸$ $\rightsquigarrow m-n=۱۴$

۷

$\text{حدراست} = (۱-a)[z^+] + (۳a^۲-۱)[-z^+] = (۱-a)z + (۳a^۲-۱)(-z-۱)$

$\text{حدچپ} = (۱-a)[z^-] + (۳a^۲-۱)[-z^-] = (۱-a)(z-۱) + (۳a^۲-۱)(-z)$

$\lim_{x\to z^+} f(x) = \lim_{x \to z^-} f(x) \rightsquigarrow \cancel{z} - \cancel{az} - \cancel{۳a^۲z} - ۳a^۲ + \cancel{z} + ۱ = \cancel{z} - ۱ - \cancel{az} + a - \cancel{۳a^۲z} + \cancel{z}$

$a-۱ = ۱-۳a^۲ \rightsquigarrow a=-۱$ × یا $a=\frac{۲}{۳}$ ✓

$b\sin(\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}) = -b \rightsquigarrow -b = -\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow b=\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow \boxed{\frac{a}{b}=۲}$

۸

$\lim_{x\to ۱} \frac{|(x-۱)(x+m+۱)|}{m|(x-۱)(x+۱)|+|x-۱|} = \frac{|x-۱|(x+m+۱)}{|x-۱|(m|x+۱|+۱)} = \frac{|m+۲|}{۲m+۱} = \frac{m}{m+۲}$

$m \geq -۲ \rightsquigarrow m^۲+۴m+۴ = ۲m^۲+m \rightarrow m=-۱ \rightarrow$ مخرج ریشه دار میشود!

$m < ۴ \rightarrow \frac{|x^۲+۴x-۵|}{|x-۱|(۴|x+۱|+۱)} = \frac{۵+\frac{۱}{۴}}{۴(\frac{۵}{۴})+۱} = \frac{\frac{۲۱}{۴}}{۶} = \frac{۷}{۸}$

۹

$x=a$ ریشه صورت $\rightsquigarrow a^۲+a=۰$ $\rightarrow a=۰$ ✓

$\hookrightarrow a=-۱$ ✗

$a^۳+a(m-۲)+a^۲=۰ \rightsquigarrow -۱-m+۲+۱=۰ \rightsquigarrow m=۲$

$$\lim_{x\to -۱}\frac{\sqrt{۳}\,|-x-۱|}{|x^۳+۱|}=\frac{\sqrt{۳}}{|x^۲-x+۱|}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۰

$$\lim_{x\to ۰^+}\frac{x^۲+x}{x^۲+ax}=\frac{\cancel{x}(x+۱)}{\cancel{x}(x+a)}=\frac{۱}{a}$$

$$\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲-x}{x^۲-ax}=\frac{x(x-۱)}{x(x-a)}=\frac{۱}{a}$$

$\rightsquigarrow f(۰)=\frac{۲a-۱}{۲a+۲}=\frac{۱}{a} \rightarrow ۲a^۲-۳a-۲=۰$ $\rightarrow a=۲$

$\hookrightarrow a=\frac{۱}{۲}$

مخرج ریشه دار می شود! و پیوسته نیست!

if $a=۲ \rightsquigarrow \lim_{x\to \frac{۱}{۲}}\frac{x^۲+x}{x^۲+۲x}=\frac{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}+۱}=\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۵}{۴}}=\boxed{\frac{۳}{۵}}$

---

۳ تابع در $x=۱$ پیوستگی از راست و $x=۵$ پیوستگی از چپ دارد!

$f(۱)=\tan\frac{۳\pi}{۴}=-۱$

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{|x^۲+x-۲|}{a(۱-x)}=\frac{(x+۲)\cancel{(x-۱)}}{-a\cancel{(۱-x)}}=-۱ \rightsquigarrow \frac{۳}{a}=۱ \rightsquigarrow a=۳$$

$f(۵)=b(۵-[-۵])=۱۰b$

$$\lim_{x\to ۵^-}\frac{\overset{|۲۵+۵-۲|}{|\cancel{x^۲+}x-۲|}}{\underset{۳(-۴)}{۳(\cancel{۲}-x)}}=-\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{-۷}{۳}$$

$\rightsquigarrow b=\frac{-۷}{۳۰}$ $\rightsquigarrow ab=-\frac{۷}{۳۰}\times ۳=\boxed{-۰/۷}$