باران تسلیمی — دوازدهم دختر B — تکلیف ۲۱

۱ـ

$\Delta = 0 \rightarrow (m+3)^2 - 12m = 0 \rightarrow m^2 - 6m + 9 = 0 \rightarrow \boxed{m = 3}$

باید $\frac{0}{0}$ برسیم $\rightarrow$ ریشه زیر رادیکال $= a = \frac{-1}{2}$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{6(x+\frac{1}{2})}}{|2x^3 + \frac{1}{4}|} \longrightarrow \lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{2\,|x^3 + \frac{1}{8}|} \longrightarrow \frac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{2\,|x+\frac{1}{2}|\,|x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}|} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$f(\tfrac{-1}{2}) = \frac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \longrightarrow \sqrt{2}\tan b = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \boxed{b = \frac{\pi}{6}}$$

۲-

ریشه باید یک باشد $\rightarrow \text{۵} - a + b = \text{۰}$

عدد (۱) باید صورت $f(x)$ را هم صفر کند $\rightarrow a + b + 1 = 0$

$$\longrightarrow + \begin{array}{l} -a + b + \text{۵} = \text{۰} \\ a + b + 1 = 0 \\ \hline \text{۲}b + \text{۴} = \text{۰} \end{array} \longrightarrow b = -\text{۳}, \quad a = \text{۲}$$

$$\left[\frac{b - \text{۲}a}{\text{۳}}\right] \Rightarrow \left[\frac{-\text{۳} - \text{۴}}{\text{۳}}\right] = \left[\frac{-\text{۷}}{\text{۳}}\right] = -\text{۳}$$

۳-

$$\underbrace{\tan \frac{\text{۳}\pi}{\text{۴}}}_{-1} = \underbrace{\frac{|x^{\text{۲}} + x - \text{۲}|}{x(1 - x)}}_{\text{مبهم } \frac{0}{0}}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{|x^{\text{۲}} + x - \text{۲}|}{a(1 - x)} = -1 \longrightarrow \frac{|\cancel{(x - 1)}(x + \text{۲})|}{\cancel{(1 - x)}\, a} \Rightarrow_{x \to 1} \frac{-(x + \text{۲})}{a} = -1$$

مختلف العلامة

$$\frac{-\text{۳}}{a} = -1 \longrightarrow \boxed{a = \text{۳}}$$

$x = \text{۵}$

$$\frac{|\text{۲۵} + \text{۵} - \text{۲}|}{\text{۳}(1 - \text{۵})} = b(x - [-x])$$

$$\frac{\text{۲۸}}{-\text{۱۲}} \Rightarrow \frac{-\text{۷}}{\text{۳}} = b(\text{۵} - [-\text{۵}]) \longrightarrow \frac{-\text{۷}}{\text{۳}} = \text{۱۰}b \longrightarrow \boxed{b = \frac{-\text{۷}}{\text{۳۰}}}$$

$$ab = \cancel{\text{۳}} \times \frac{-\text{۷}}{\cancel{\text{۳۰}}_{\text{۱۰}}} = \boxed{-\text{۰٫۷}}$$

۴-

$$f(x) = a[x + 1] + b[x + [a + 1]]$$

$$[x + 1 + [a]]$$

$$b[x + 1] + b[a]$$

ضریب براکت باید صفر شود.

$$f(x) = [x + 1]\underbrace{(a + b)}_{a = -b} + b[a]$$

$$\frac{a[a]}{f(a)} = \frac{b^{\text{۲}}}{-b^{\text{۲}}} = -1$$

۵-

$$f(x) = b[x^{\text{۲}} - ax] - \text{۲}a$$

ضریب براکت $= 0$ جا

$b = 0$

$$\longrightarrow \frac{a}{-\text{۲}a} = \frac{-1}{\text{۲}}$$

$$\lim_{x\to a}\frac{x^۲+mx+n}{a-x}=۲ \qquad a^۲+ma+n=۰$$ -۶

$$۴a^۲+۲ma+n=۰$$

$f(۲a)\neq f(a)\to a\neq ۰$ ۲a , a ریشه‌های صورت هستند

$$(x-a)(x-۲a)=x^۲\underbrace{-۳a}_{m}x+\underbrace{۲a^۲}_{n}$$

$$\frac{-۱(x-\cancel{a})(x-۲a)}{\cancel{a}-x}=۲\xrightarrow[x\to a]{}-(x-۲a)=۲\to\boxed{a=۲}$$

$$m=-۳a=-۶ \qquad n-m=۸+۶=۱۴$$

$$n=۲a^۲=۸$$

$$f(x)=\begin{cases}(۱-a)[x]+(۳a^۲-۱)[-x] & ; x\notin Z\\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & ; x\in Z\end{cases}$$ -۷

$$\frac{a}{b}=?$$

$$[x]+[-x]\xrightarrow{x\notin Z}-۱$$

$$۳a^۲-۱=۱-a\to ۳a^۲+a-۲=۰\begin{cases}a=-۱ \to \sin(-\pi)=۰ \; ✗\\ a=\frac{۲}{۳}\end{cases}$$

$$a=\frac{۲}{۳},\; b=۱\to\frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}$$

$$b\sin\left(\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}\right)=b\sin\frac{۳\pi}{۲}=-۱$$

$$b=۱$$

$$f(x)=\begin{cases}\frac{|x^۲+mx-m-۱|}{m|x^۲-۱|+|x-۱|} & ; x\neq ۱\\ \frac{m}{m+۲} & ; x=۱\end{cases} \qquad \lim_{x\to\frac{۱}{m}}f(x)$$ -۸

$$\lim_{x\to ۱}\frac{|x^۲+mx-m-۱|}{m|x^۲-۱|+|x-۱|}=\frac{m}{m+۲}$$

$$x^۲+mx-m-۱=۰\xrightarrow{\text{جمع ضرایب}}\begin{cases}x=۱\\ x=-m-۱\end{cases}$$

$$x\to ۱\Rightarrow\frac{|\cancel{x-۱}|\times|x+m+۱|}{|\cancel{x-۱}|\times(m|x+۱|+۱)}\xrightarrow[x\to ۱]{}\frac{|x+m+۱|}{m|x+۱|+۱}=\frac{m}{m+۲}$$

m اگر منفی باشد جواب ندارد.

$$\frac{|m+۲|}{۲m+۱}=\frac{m}{m+۲}\to m^۲+۴m+۴=۲m^۲+m$$

$$m^۲-۳m-۴=۰$$

$$(m-۴)(m+۱)=۰\begin{cases}m=-۱ \; ✗\\ m=۴ \; ✓\end{cases}$$

$$m=۴\to\frac{|x^۲+۴x-۵|}{۴|x-۱||x+۱|+|x-۱|}=\frac{|x-۱||x+۵|}{|x-۱|(۴|x+۱|+۱)}\to\frac{۷}{۸}$$

$x=a$

$a^2+a=0 \longrightarrow a(a+1)=0$ ۹-

$a=0$ ✗ $a=-1$ ✓

$a^3+a(m-2)+a^2=0 \xrightarrow{a=-1} m=2$

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|}=\frac{\sqrt{3}\,|-(x+1)|}{|(x+1)(x^2-x+1)|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}$ مثبت $\longrightarrow \frac{x^2+x}{x^2+ax} \Rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{x(x+1)}{x(a+x)}=\frac{1}{a}$ ۱۰-

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x(x-1)}{x(x-a)}=\frac{1}{a}$$

$$f(0)=\frac{2a-1}{3a+2}=\frac{1}{a}\longrightarrow 2a^2-3a-2=0\longrightarrow\begin{cases}a=2\\ a=\frac{-1}{2}\ ✗\end{cases}$$

$$a=2\longrightarrow \lim_{x\to\frac{1}{2}}f(x)=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{3}{5}$$