پارسی زندی

۸

① $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|2x^3+(m-3)x^2+a^2|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} & x=a\end{cases}$

$\Delta=0 \sim (m+3)^2-12m=0 \Rightarrow m=3 \Rightarrow$

$x=a=\dfrac{-(m+3)}{12},\ m=3 \Rightarrow \boxed{x=a=-\frac{1}{2}}$

$$\lim_{x\to-\frac12}\frac{\sqrt{6(x+\frac12)^2}}{|2x^3+\frac14|}=\lim_{x\to-\frac12}\frac{\sqrt6\,|x+\frac12|}{2\,|x^3+\frac18|}=\frac{\sqrt6\,|x+\frac12|}{2\,|x+\frac12|\,|x^2-\frac{x}{2}+\frac14|}=\frac{\sqrt6\times2}{3}=\frac{2\sqrt6}{3}$$

۲

$$f(-\tfrac12)=\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac12)}}=\frac{2\sqrt6}{3}\Rightarrow\sqrt2\tan b=\frac{\sqrt6}{3}\Rightarrow\boxed{b=\frac{\pi}{6}}$$

سؤال ②

$5x^2-ax+b=0$

$f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$

$\left[\dfrac{b-2a}{3}\right]=?$

۰

سؤال ③

$f(x)=\begin{cases}\tan\dfrac{(2x+1)}{4}\ ; & x\leqslant1\\[2mm] \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}\ ; & 1<x<5\\[2mm] b(x-[-x]) & x\geqslant5\end{cases}\qquad ab=?$

در $x=1$ پیوسته $\Rightarrow \tan\frac{3\pi}{4}=\lim\dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}=\lim\dfrac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{a\cancel{(1-x)}}=-1=\dfrac{3}{-a}\Rightarrow$

۲

$\boxed{a=3}$

در $x=5$ پیوسته $\Rightarrow b(5-[-5])=\lim\dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}\Rightarrow10b=\dfrac{28}{-12}\Rightarrow\boxed{b=\frac{-7}{30}}$

$\boxed{a\cdot b=-\frac{7}{10}}$

سؤال ④

$f(x)=a[x]+b[x+1]=a[x]+b[x]+b=(a+b)[x]+b$

۲

تابع ثابت $\Rightarrow a+b=0\Rightarrow a=-b$

تابع ثابت $f(x)=b$

$\Big\}\Rightarrow \dfrac{f(a)}{a}=\dfrac{b}{a}=\dfrac{-a}{a}=\boxed{-1}$

سؤال ۵ ۲

$f(x)=b[x^2-ax]-2a \rightsquigarrow$ در R پیوسته $\quad \dfrac{a}{f(b)}=?$

در تابع براکت هر عدد صحیح داخل براکت باعث می‌شود ناپیوسته باشد در آن نقطه

اگر $a=0 \Rightarrow b[x^2-0]-0 \rightsquigarrow b[x^2] \rightsquigarrow$ فقط در $b=0$ پیوسته

اگر $a\neq 0 \Rightarrow b[x^2-ax]-2a \rightsquigarrow [x^2-ax]=[x(x-a)] \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=a \end{cases}$ ناپیوسته؟

و اگر $b=0 \Rightarrow$ پیوسته می‌شود.

$f(x)=0[x^2-ax]-2a \Rightarrow f(x)=-2a$

$\Rightarrow \dfrac{a}{f(b)}=\dfrac{\cancel{a}}{-2\cancel{a}}=\boxed{-\dfrac{1}{2}}$

۲ ریشه‌ی مخرج باید ریشه‌ی صورت هم باشد پس ←

$1 + a + b = ۰$

$۵ - a + b = ۰ \leadsto b = -۳ , \; a = ۲$

$$\left[\frac{-۳-۲(۲)}{۳}\right] = \left[\frac{-۷}{۳}\right] = -۳$$

۶

$f(۲a) = ۰ \longrightarrow x = ۲a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x = a \longrightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ ، $f(a) = ۲$ نقطه‌ی پیوستگی ✓

$$f(x) = \frac{(\cancel{x-a})(x-۲a)}{-(\cancel{x-a})} = ۲ \longrightarrow a = ۲$$

$$f(x) = \frac{x^۲ - ۶x + ۸}{-(x-۲)}$$

$m = -۶$ ، $n = ۸$ $\leadsto m - n = ۱۴$

۷

حد راست $= (1-a)[2^+] + (۳a^۲-1)[-2^+] = (1-a)2 + (۳a^۲-1)(-2-1)$

حد چپ $= (1-a)[2^-] + (۳a^۲-1)[-2^-] = (1-a)(2-1) + (۳a^۲-1)(-2)$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) \leadsto \cancel{2} - \cancel{a2} - \cancel{۳a^۲2} - ۳a^۲ + \cancel{2} + 1 = \cancel{2} - 1 - \cancel{a2} + a - \cancel{۳a^۲2} + \cancel{2}$$

$a - 1 = 1 - ۳a^۲ \leadsto a = -1$ ✗ یا $a = \frac{۲}{۳}$ ✓

$$b \sin\left(\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}\right) = -b \leadsto -b = -\frac{1}{۳} \leadsto b = \frac{1}{۳} \leadsto \boxed{\frac{a}{b} = ۲}$$

۸

$$\lim_{x\to 1} \frac{|(x-1)(x+m+1)|}{m|(x-1)(x+1)| + |x-1|} = \frac{|x-1|(x+m+1)}{|x-1|(m|x+1|+1)} = \frac{|m+۲|}{۲m+1} = \frac{m}{m+۲}$$

$m \geq -۲ \leadsto m^۲ + ۴m + ۴ = ۲m^۲ + m \longrightarrow$

$m = -1 \longrightarrow$ مخرج ریشه دار نشود!

$m = ۴ \longrightarrow \dfrac{|x^۲ + ۴x - ۵|}{|x-1|(۴|x+1|+1)} = \dfrac{۵ + \frac{1}{۴}}{۴(\frac{۵}{۴})+1} = \dfrac{\frac{۲۱}{۴}}{۶} = \dfrac{۷}{۸}$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)}=\frac{1}{a}$$ ۱۰

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\frac{x(x-1)}{x(x-a)}=\frac{1}{a}$$

$$\rightsquigarrow f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a}\to 2a^2-3a-2=0 \to a=2$$

$$\hookrightarrow a=\frac{1}{2}$$

← مخرج ریشه دار میشود و پیوسته نیست !

if $a=2 \rightsquigarrow \lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}=\boxed{\frac{3}{5}}$

$x=a$ ریشه صورت $\rightsquigarrow a^2+a=0 \to a=0$ ✓ ۹

$\hookrightarrow a=-1$ ✗

$a^3+a(m-2)+a^2=0 \rightsquigarrow -1-m+2+1=0 \rightsquigarrow m=2$

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|}=\frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$