بسم الله خدا

هستی کریمی دوازدهم ریاضی B
تکلیف شماره ۲

۱

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|2x^3+(m-3)x^2+a^2|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} & x=a\end{cases}$$

۲۰

آفرین

$$2a^3+(m-3)a^2+a^2=0 \rightarrow 2a+(m-3)+1=0$$

$$2a=-m+2 \rightarrow m=2-2a$$

صورت

$$\Rightarrow 4a^2+(5-2a)a+1-a=0 \rightarrow 4a^2+4a+1=0 \rightarrow (2a+1)^2=0$$

$$\rightarrow a=\frac{-1}{2} \rightarrow m=3$$

هم ارزی رادیکال

$$f(x)=\frac{\sqrt{4x^2+4x+\frac{3}{2}}}{2x^3+\frac{1}{4}} \Rightarrow \lim_{x\to\frac{-1}{2}}(f(x))=\frac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{2(x^3+\frac{1}{8})}=\frac{\sqrt{6}}{2(x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4})}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\lim_{x\to a}f(x)=f(a) \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{\cancel{2}\sqrt{6}}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\cancel{2}\tan b \Rightarrow$$

$$\tan b=\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b=\frac{\pi}{6}$$

۲

تابع f در نقطه $x=1$ پیوسته است

$$5x^2-ax+b=0$$

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$$

حد پس $x=1$ ریشه عبارت صورت بوده از طرفی حد

$f(x)$ موجود است پس صورت تابع f بر $x-1$ بخش پذیر است

$$\begin{cases}5-a+b=0\\ a+b+1=0\end{cases} \rightarrow 2b+6=0 \rightarrow b=-3,\ a=2$$

$$\left[\frac{b-2a}{3}\right]=\left[\frac{-3-4}{3}\right]=-3$$

$(x+2)(x-1)$

Year: Month: $\frac{-2}{1}$ Day: Subject:

۳

$$f(1) = \lim_{x \to 1^+} f(x) \Rightarrow \tan\frac{3\pi}{4} = -1$$

$$\lim_{x \to 1^+} \left(\frac{x^2 + x - 2}{a(1-x)} = \frac{x^2 - x - 2}{a(1-x)} = \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{-a\cancel{(1-x)}} \right) = -1$$

$$\frac{3}{a} = 1 \longrightarrow a = 3$$

$$f(5) = \lim_{x \to 5^-} f(x) = \lim_{x \to 5^-} \frac{x^2 + x - 2}{3(1-x)} = \frac{-7}{3}$$

$-(x+2)(x-1)$

$$10 b = \frac{-7}{3} \rightarrow b = \frac{-7}{30} \qquad a \times b = 3 \times \frac{-7}{30} = \frac{-7}{10}$$

۴

$$f(x) = a[x+1] + b[x + [a+1]]$$

$$f(x) = a[x+1] + b([x] + [a+1])$$

$$\underbrace{a[x] + a + b[x]}_{} + b[a] + b =$$

$$a = -b$$

$$a + b[a] + \cancel{b}^{-a} = b[a] = f(a)$$

$$\frac{a[a]}{b[a]} = \frac{a}{b} = -1$$

۵

$f(x) = b\,[x^2 - ax] - 2a$

فقط برای اینکه عامل صفر شونده داشته باشیم $b = 0$

$b = 0 \longrightarrow f(x) = -2a$ ۲

$f(a) = -2a$

$\dfrac{a}{f(b)} = \dfrac{a}{-2a} = \dfrac{-1}{2}$

۶

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + mx + n}{a - x} ; & x \neq a \\ 2 ; & x = a \end{cases}$$

$f(2a) = 0$

$n - m = ?$

$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim f(a) = 2$

۲

$\lim_{x \to a} \left(f(x) = \dfrac{x^2 + mx + n}{a - x} \right) \overset{\text{مشتق}}{=} \dfrac{2x + m}{-1} = 2 \to 2x + m = -2$

$\boxed{m = -2 - 2x}$

$\boxed{m = -2 - 2a}$

$f(2a) = 0 = \dfrac{4a^2 + 2ma + n}{-a} = 0 \longrightarrow 4a^2 + 2a(-2 - 2a) + n = 0$

$\Rightarrow \boxed{-4a + n = 0}$

$a^2 + am + n = 0 \to a^2 + (-2 - 2a)a + n = 0 \to -a^2 - 2a + n = 0 \to -a^2 + 2a = 0 \to a(a-2) = 0$

$a = 0$ غ ق ق

$\boxed{a = 2}$

$a = 2 \longrightarrow m = -6 \;,\; n = 8$

$n - m = 8 + 6 = 14$ جواب

۷

$$f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2 - 1)[-x] ; & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin\left(\dfrac{\pi}{a}\right) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\dfrac{a}{b} = ?$

برای مثال از ارزش حسابی $x = 1$ استفاده میکنیم و حدود آن را بررسی میکنیم.

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 1 - a - 4a^2 + 2$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 0 + -3a^2 + 1$

$\overset{=}{\longrightarrow} -4a^2 - a + 3 = -3a^2 + 1$

$-3a^2 - a + 2 = 0$

$\Rightarrow \lim_{x \to a} f(x) = -2 \;,\; \lim_{x \to a} f(x) = \dfrac{-1}{3}$

$a^2 - a - 6 = 0$

$(a-3)(a+2) = 0$

$a = -1$

$a = \dfrac{2}{3}$

$b \xrightarrow{a = -1} b \sin(-\pi) = 0$ غیرقابل قبول $\times$

$\xrightarrow{a = \frac{2}{3}} b \sin\left(\dfrac{3\pi}{2}\right) = -b = \dfrac{-1}{3} \longrightarrow b = \dfrac{1}{3} \longrightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & ; x\neq 1\\[2mm] \dfrac{m}{m+2} & ; x=1\end{cases}$$

$$\lim_{x\to \frac{1}{m}} f(x) = ?$$

۷

$$\lim_{x\to 1} f(x) = f(1) = \frac{m}{m+2}$$

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{\cancel{(x-1)}(x+m+1)}{\cancel{|x-1|}\left(m|x+1|+1\right)} = \frac{m+2}{2m+1} = \frac{m}{m+2}$$

$$(m+2)^2 = 2m^2+m$$

$$m^2+4m+4 = 2m^2+m \longrightarrow m^2-3m-4=0 \longrightarrow (m-4)(m+1)=0 \quad \boxed{m=4} \quad \boxed{m=-1}$$

$$\lim_{x\to \frac{1}{4}} f(x)_{(m=4)} = \frac{7}{8}$$

$$\lim_{x\to -1} f(x)_{(m=-1)} = +1$$

Year: Month: Day: Subject:

۴

$$f(x) = \frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^{۳}+(m-۲)x+a^{۲}|}$$

$D_f = \mathbb{R} - \{a\}$

$\lim_{x \to a} f(x) =$ موجود

$a^{۲}+a=0 \rightarrow a(a+1)=0 \rightarrow a=0$

$\rightarrow a=-1$

$a^{۳}+a^{۲}+a(m-۲)=0 \rightarrow a=0$

$a^{۲}+a+(m-۲)=0$ $a=-1$

$m=۲$

$$\lim_{x \to -1} f(x) = \frac{\sqrt{۳}\,|-x-1|}{|x^{۳}+1|} = \frac{\sqrt{۳}\,|\cancel{x+1}|}{|\cancel{x+1}|\,|x^{۲}-x+1|}$$

$$= \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۳

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲+|x|}{x^۲+a|x|} & ; x \neq 0 \\[2ex] \dfrac{۲a-1}{۲a+۳} & x = 0 \end{cases}$$

(1)

$$\lim_{x \to \frac{1}{a}} f(x) = ?$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0) = \lim_{x \to 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{x^۲+x}{x^۲+ax} = \frac{x+1}{x+a} = \frac{1}{a} = \frac{۲a-1}{۲a+۳}$$

$$۲a+۳ = ۲a^۲ - a \rightarrow ۲a^۲ - ۳a - ۲ = 0 \rightarrow a^۲ - ۳a - ۴ = 0$$

$$(a-۴)(a+1) = 0 \xrightarrow{\div ۲} \begin{array}{l} a = +۲ \\ a = \dfrac{-1}{۲} \end{array}$$

۲

$$\lim_{x \to \frac{1}{a}} f(x) = \begin{cases} \xrightarrow{a = -\frac{1}{۲}} \lim_{x \to -۲} f(x) = \dfrac{۴+۲}{۴ - \frac{1}{۲}(-۲)} = \dfrac{۶}{۵} \\[2ex] \xrightarrow{a = ۲} \lim_{x \to \frac{1}{۲}} f(x) = \dfrac{\frac{1}{۴}+\frac{1}{۲}}{\frac{1}{۴}+۲(\frac{1}{۲})} = \dfrac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۵}{۴}} = \dfrac{۳}{۵} \end{cases}$$