۸

۱

$f(a) = \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-a}}$

۰.۲۵

$2a^2 + (m-2)a^2 + a^2 = 0$

$2a^2 + (m-2)a^2 = 0$

$\Rightarrow a = 0$

$\Rightarrow m = -\dfrac{-m+2}{2}$

۲

$x = 1$

$\begin{cases} 1 + a + b = 0 \\ 5 - a + b = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow a = 2$

$b = -3$

۲

$\left[\dfrac{-3-4}{3}\right] = -3$

۳

$f(1) = \tan\dfrac{3\pi}{4} = -1$

$\lim_{x\to 1^+} \dfrac{|x^2+x-2|}{a(x-1)} = \lim_{x\to 1^+} \dfrac{x^2+x-2}{a(x-1)}$

$= \dfrac{3}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$

$f(5) = b(5 - [-5]) = 10b$

$\lim_{x\to 5^-} \dfrac{|x^2+x-21|}{a(1-x)} = \dfrac{25+5-21}{3 \times -4} = \dfrac{-7}{3}$

۲

$\Rightarrow 10b = \dfrac{-7}{3} \Rightarrow b = -\dfrac{7}{30}$

$ab = -\dfrac{7}{30} \times 3 = -\dfrac{7}{10}$

۴

$f(x) = a + a[x] + b[a] + b[x] + b$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 2a + 2b + b[a]$

۱.۲۵

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = a + b + b[a]$

$\Rightarrow 2a + 2b + b[a] = a + b + b[a] \Rightarrow a + b = 0$

$f(a) = (a+2b)[a] + ab = -a[a] - a^2$

$\dfrac{a[a]}{f(a)} = \dfrac{a[a]}{-a[a]-a^2}$

۶

۱

$\xrightarrow{x=a} a^2 + am + n = 0$

$\lim_{x\to a} \dfrac{x^2+mx+n}{a-x} = 2$

$\Rightarrow \lim_{x\to a} \dfrac{2x+m}{-1} = 2 \Rightarrow 2a + m = -2 \xrightarrow{\times 2a} 4a^2 + 2am = -4a$

$f(2a) = \dfrac{4a^2 + 2ma + n}{-a} = 0 \Rightarrow 4a^2 + 2ma + n = 0$

$-4a + n = 0$

$\Rightarrow n = 4a$

$n - m = 4a - (-2 - 2a)$

$= 6a + 2$

۷

۱

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1 - a + -2(3a^2 - 1)$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1 - 3a^2$

$1 - a + -2(3a^2 - 1) = 1 - 3a^2$

$2 - 3a^2 - a = 0 \Rightarrow a = -1 \;\; \text{✗}, \;\; \dfrac{2}{3} \;\; \checkmark \qquad \dfrac{a}{b} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow b = \dfrac{1}{2}$

۱- عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$\Delta = 0 \rightarrow (m+3)^2 - 4 \times 6 (\frac{m}{2}) = m^2 - 6m + 9 = 0 \rightsquigarrow \boxed{m = 3}$

$\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{6(x^2+x+\frac{1}{4})}}{|2x^3+a^2|} = \frac{\sqrt{6}|x+\frac{1}{2}|}{|2x^3+a^2|} \rightsquigarrow 2a^3+a^2=0 \rightarrow a = 0$ (× عبارت صورت و مخرج صفر دقیق)

$\hookrightarrow a = -\frac{1}{2}$ ✓ $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{6}|\cancel{x+\frac{1}{2}}|}{2|\cancel{x+\frac{1}{2}}||x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}|} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightsquigarrow \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow b = \frac{\pi}{6}$

۶

$f(2a) = 0 \longrightarrow x = 2a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x = a \rightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ و $f(a) = 2$ نقطه‌ی پیوستگی ✓

$f(x) = \frac{(\cancel{x-a})(x-2a)}{-(\cancel{x-a})} = 2 \rightarrow a = 2$

$f(x) = \frac{x^2-6x+8}{-(x-2)}$ $\rightarrow m = -6$, $\hookrightarrow n = 8$ $\rightsquigarrow m - n = 14$

۴

$f(x),\ x \to 0^+ : a[0^+] + a + b[0^+] + b[a] + b = a + b[a] + b$

$x \to 0^- : a[0^-] + a + b[0^-] + b[a] + b = b[a]$

$a + b[a] + b = b[a] \rightsquigarrow a + b = 0 \rightsquigarrow \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{b[a]} = \frac{-b}{b} = -1$

۷

حد راست $= (1-a)[z^+] + (3a^2-1)[-z^+] = (1-a)z + (3a^2-1)(-z-1)$

حد چپ $= (1-a)[z^-] + (3a^2-1)[-z^-] = (1-a)(z-1) + (3a^2-1)(-z)$

$\lim_{x \to z^+} f(x) = \lim_{x \to z^-} f(x) \rightsquigarrow \cancel{z} - \cancel{a}z - \cancel{3}a^2z - 3a^2 + \cancel{z} + 1 = \cancel{z} - 1 - \cancel{a}z + a - \cancel{3}a^2z + \cancel{z}$

$a - 1 = 1 - 3a^2 \rightsquigarrow a = -1$ × یا $a = \frac{2}{3}$ ✓

$b\sin(\frac{3\pi}{2}) = -b \rightsquigarrow -b = -\frac{1}{3} \rightsquigarrow b = \frac{1}{3} \rightsquigarrow \boxed{\frac{a}{b} = 2}$

۸

$$\lim_{x\to 1}\frac{|(x-1)(x+m+1)|}{m|(x-1)(x+1)|+|x-1|}=\frac{|x-1|(x+m+1)}{|x-1|(m|x+1|+1)}=\frac{|m+2|}{2m+1}=\frac{m}{m+2}$$

$m\geq -2 \rightsquigarrow m^2+4m+4=2m^2+m \longrightarrow m=-1 \longrightarrow$ مخرج ریشه دار می‌شود!

$m=4 \longrightarrow \frac{|x^2+4x-5|}{|x-1|(4|x+1|+1)}=\frac{5+\frac{1}{2}}{4(\frac{5}{2})+1}=\frac{\frac{21}{4}}{6}=\frac{7}{8}$

۹

$x=a$ ریشه صورت $\rightsquigarrow a^2+a=0 \to a=0$ ✓

$\hookrightarrow a=-1$ ✗

$a^3+a(m-2)+a^2=0 \rightsquigarrow -1-m+2+1=0 \rightsquigarrow m=2$

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|}=\frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۰

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)}=\frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\frac{x(x-1)}{x(x-a)}=\frac{1}{a}$$

$\rightsquigarrow f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a} \to 2a^2-3a-2=0 \to a=2$

$\hookrightarrow a=\frac{1}{2}$

$\hookleftarrow$ مخرج ریشه دار می‌شود! و پیوسته نیست!

if $a=2 \rightsquigarrow \lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}=\boxed{\frac{3}{5}}$

۵

تابع براکتی در $x\in Z$ پیوسته نیست پس $b=0$

$f(x)=-2a \longrightarrow \frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$