نام و نام خانوادگی ..رها ابراهیمی.............. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..21..... کلاس دوازدهم تجربی B.............

۱۴,۵

| | |
|---|---|
| | ۱ |
| $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1} \rightarrow$ در $x=1$ ناپیوسته است. $\lim_{x\to 1} f(x)$ $\frac{x^2+ax+b}{x-1}$ موجود $\rightarrow$ $x^2+ax+b=0$ <br> $a+b=-1$ <br> $5x^2-ax+b=0 \xrightarrow{x=1} 5-a+b=0 \quad b-a=-5$ <br> $a+b=-1$ <br> $b-a=-5$ <br> $2b=-6 \rightarrow b=-3 \rightarrow a=2$ <br> $\left[\frac{b-2a}{3}\right] \rightarrow \left[\frac{-3-4}{3}\right]=\left[\frac{-7}{3}\right]=-3$ | ۲ |
| $\frac{\tan\frac{3\pi}{4}}{-1}=\frac{\lvert(x-1)(x+2)\rvert}{a(1-x)}=\frac{-\cancel{(x-1)}(x+2)}{a\cancel{(1-x)}} \rightarrow -\frac{3}{a}=-1 \rightarrow a=3$ <br> $\frac{28}{3(4)}=b(x-[-x]) \rightarrow \frac{7}{3}=b(5+6) \rightarrow 11b=\frac{7}{3} \rightarrow b=\frac{7}{33}$ <br> $ab=\frac{7}{11}$ | ۳ |
| $f(x)=a[x]+a+b[x]+b+b[a]$ تابع براکتی در $x\in Z$ ناپیوسته است، <br> پس $a=-b \rightarrow f(x)=b[a]$ <br> $=-a[a]$ <br> $\frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$ | ۴ |
| $f(x)=b[x^2-ax]-2a \longrightarrow$ چون تابعی که براکت داره نمی‌تونه در $\mathbb{R}$ پیوسته باشه $b=0 \rightarrow f(x)=-2a$ <br> $\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$ | ۵ |

| | |
|---|---|
| $f(a)=2 \quad \lim_{x\to a} f(x) = \frac{x^2+mx+n}{a-x} \to a^2+ma+n=0$<br>$f(2a)= 4a^2+2ma+n=0$<br>$4a^2+2ma+n=a^2+ma+n$<br>$3a^2+ma=0 \to a(3a+m)=0$ ؛ $a=0$ غ.ق.ق ، $3a=-m \to a=-\frac{m}{3}$<br>$\frac{m^2}{9}-\frac{m^2}{3}+n=0 \to n=\frac{2m^2}{9}$<br>$\frac{x^2+mx+\frac{2m^2}{9}}{-(\frac{m}{3}+x)} = \frac{\cancel{(\frac{m}{3}+x)}(\frac{2m}{3}+x)}{-\cancel{(\frac{m}{3}+x)}} \to \frac{2m}{3}+(-\frac{m}{3})=-2$<br>$\frac{m}{3}=-2 \to m=-6,\ n=8 \to n-m=8-(-6)=14$<br>2 | ۶ |
| برای اینکه $f(x)$ روی $R$ پیوسته باشد باید داشته باشیم<br>$1-a=3a^2-1 \to 3a^2+a-2=0$<br>$\to a=-1 \to$ غ.ق.ق<br>$\to a=\frac{2}{3} \to$ ق.ق<br>$f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{3} & x\notin Z \\ b\sin(\frac{3\pi}{2}) & x\in Z \end{cases} \to b=\frac{1}{3}$<br>$\frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$<br>۲ | ۷ |
| $f(x)=\frac{m}{m+2} \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{x^2+mx-m-1}{mx^2+(1-m)x-m+1} = \frac{2x+m}{2mx+1-m} = \frac{2+m}{m+1}$<br>$m^2+m=m^2+4m+4 \to 3m=-4 \to m=-\frac{4}{3}$<br>$\lim_{x\to -\frac{3}{4}} f(x) = \frac{\lvert x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\rvert}{-\frac{4}{3}\lvert x^2-1\rvert+\lvert x-1\rvert} = \frac{x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}x^2-x-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{9}{16}+1+\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{27+48+16=81}{48}}{\frac{18-4=12}{12}} = \frac{81}{12} = \frac{27}{4}$<br>$\lvert x^2-1\rvert \to 1-x^2 \quad \lvert x-1\rvert \to 1-x$<br>۱٫۵ | ۸ |
| $f$ در $a$ تعریف نشده : $x^3+(m-2)x+a^2=0$ ← چون $a$ تنها ریشه مخرج است مخرج $(x-a)^3$ می‌شود<br>$\to \cancel{x^3}-3x^2a+3a^2x-a^3=\cancel{x^3}+(m-2)x+a^2 \to a=0$ می‌توانیم نتیجه بگیریم<br>$m-2=0$ پس $m=2$<br>$\lim_{x\to a} f(x) = \frac{\sqrt{3}(ax+a)}{\lvert x^3+(m-2)x+a^2\rvert} = \frac{\sqrt{3}a(a+1)}{a^3+2a^2} = \frac{\sqrt{3}\cancel{a}(a+1)}{\cancel{a^2}(a+2)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$<br>۱٫۷۵ | ۹ |
| $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+\lvert x\rvert}{x^2+a\lvert x\rvert} & : x\neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & : x=0 \end{cases}$<br>$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{x+1}{x+a} = \frac{2a-1}{2a+2}$<br>$\cancel{2ax}+2a+\cancel{2x}+2=\cancel{2ax}+2a^2-\cancel{x}-a$<br>$2a^2-3a-2=0 \to a=2 \to f(0)=\frac{1}{2}$ ، $a=-\frac{1}{2} \to f(0)=-2$<br>$\lim_{x\to \frac{1}{a}} f(x) \to \lim_{x\to -\frac{1}{2}} f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-\frac{1}{2}x}$<br>$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-ax} = \frac{x-1}{x-a} \to a=2 \to -\frac{1}{2}$ ، $a=-\frac{1}{2} \to -2$<br>$\Rightarrow$ تابع هموگرافیک و مجانبش $-\frac{1}{2}$ است پس حد ندارد.<br>۱٫۷۵ | ۱۰ |

۱- عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$$\Delta=0 \rightarrow (m+3)^2-4\times 6\left(\frac{m}{2}\right)=m^2-6m+9=0 \rightsquigarrow \boxed{m=3}$$

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{6(x^2+x+\frac14)}}{|2x^3+a^2|}=\frac{\sqrt6\,|x+\frac12|}{|2x^3+a^2|} \rightsquigarrow 2a^3+a^2=0 \Rightarrow a=0$$ (× مخرج صفر دقیق و صورت عدد است)

$$\hookrightarrow a=-\frac12 \checkmark \rightsquigarrow \frac{\sqrt6\,|x+\cancel{\frac12}|}{2|x+\cancel{\frac12}||x^2-\frac12x+\frac14|}=\frac{2\sqrt6}{3}$$

$$\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac12)}}=\frac{2\sqrt6}{3} \rightsquigarrow \tan b=\frac{\sqrt3}{3} \rightarrow b=\frac{\pi}{6}$$

---

۳- تابع در $x=1$ پیوستگی از راست و $x=5$ پیوستگی از چپ دارد!

$$f(1)=\tan\frac{3\pi}{4}=-1$$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}=\frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{-a\cancel{(1-x)}}=-1 \rightsquigarrow \frac{3}{a}=1 \rightsquigarrow a=3$$

$$f(5)=b(5-[-5])=10b \qquad \lim_{x\to5^-}\frac{|x^2+x-2|}{3(1-x)}=\frac{|25+5-2|}{3(-4)}=-\frac{28}{12}=\frac{-7}{3}$$

$$\rightsquigarrow b=\frac{-7}{30} \rightsquigarrow ab=-\frac{7}{30}\times3=\boxed{-0.7}$$

---

۸

$$\lim_{x\to1}\frac{|(x-1)(x+m+1)|}{m|(x-1)(x+1)|+|x-1|}=\frac{|x-1|(x+m+1)}{|x-1|(m|x+1|+1)}=\frac{|m+2|}{2m+1}=\frac{m}{m+2}$$

$$m\geq-2 \rightsquigarrow m^2+4m+4=2m^2+m \rightarrow m=-1 \rightarrow$$ مخرج ریشه دارد شود!

$$m=4 \rightarrow \frac{|x^2+4x-5|}{|x-1|(4|x+1|+1)}=\frac{5+\frac14}{4(\frac54)+1}=\frac{\frac{21}{4}}{6}=\frac78$$

---

۱۰

$$\lim_{x\to0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)}=\frac1a$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\frac{x(x-1)}{x(x-a)}=\frac1a$$

$$\rightsquigarrow f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\frac1a \rightarrow 2a^2-3a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$\hookrightarrow a=-\frac12$ ← مخرج ریشه دارد شود و پیوسته نیست!

$$\text{if } a=2 \rightsquigarrow \lim_{x\to\frac12}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac14+\frac12}{\frac14+1}=\frac{\frac34}{\frac54}=\boxed{\frac35}$$

۹

$x = a$ ریشه‌ی صورت $\rightsquigarrow a^{۲} + a = ۰ \rightarrow a = ۰ \checkmark$

$\hookrightarrow a = -۱ \times$

$a^{۳} + a(m-۲) + a^{۲} = ۰ \rightsquigarrow -۱ - m + ۲ + ۱ = ۰ \rightsquigarrow m = ۲$

$$\lim_{x \to -۱} \frac{\sqrt{۳}\,|-x-۱|}{|x^{۳}+۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{|x^{۲}-x+۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$