

سوال ۱) تابع یوسه است پس در $x=1$ مقدار در ضابطه باید برابر شود.

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^3} & ; x < 1 \\ b \sqrt[3]{x^3} & ; x \geq 1 \end{cases} \rightarrow a+1=b \rightarrow b-a=1$$

$$1 = \frac{2x \times b}{3 \sqrt[3]{x^3}} \xrightarrow{x=1} 1 = \frac{2}{3} \times b \rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow a+b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

سوال ۲)

$$f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^3}} \xrightarrow{x=1} f'(x) = \frac{-2(\sqrt[3]{x^3}) - (\frac{2x}{\sqrt[3]{x^3}})(3-2x)}{3 \sqrt[3]{x^3}} \rightarrow f'(1) = \frac{-2 - (\frac{2}{3})(3)}{1} = -\frac{10}{3}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^3-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^3}} \xrightarrow{x=1} g'(x) = \frac{(-1 + \frac{3}{\sqrt{3x}})(\sqrt[3]{x^3}) - (\frac{2x}{\sqrt[3]{x^3}})(2-x+\sqrt{3x})}{3 \sqrt[3]{x^3}} \rightarrow g'(1) = -1 + \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= -1 + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{10-\sqrt{3}}{3}$$

$$f'(1) - 2g(1) = -\frac{10}{3} + \frac{10+\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

سوال ۳)

$$f(x) = \begin{cases} bx+c & ; x < a \\ \frac{1}{x} & ; x \geq a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ab+c = \frac{1}{a} \rightarrow a^2b+ac=1 \\ f'(a) = b = -\frac{1}{a^2} \Rightarrow a^2b=-1 \end{cases} \rightarrow -1+ac=1 \rightarrow ac=2$$

سوال ۴) اگر بجواییم نقطه‌ای نداشته باشیم یعنی باید در نقطه‌ای $x=a$ مشتق چپ درست برابر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} b & ; x < a \\ b+(x-a)^m & ; x \geq a \end{cases} \quad f'_-(a) \neq f'_+(a) \rightarrow 0 \neq m(x-a)^{m-1} \rightarrow m=1 \text{ بهتر است اولی اثر } m > 1 \text{ باشد } f'(a) \text{ برابر با صفری شود}$$

سوال ۵)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \quad g(x) = \frac{1}{x^3-|x^3|} \quad g'(-\sqrt[3]{2}) f'(g(-\sqrt[3]{2})) = (f \circ g)'(-\sqrt[3]{2}) = 1$$

$$g(-\sqrt[3]{2}) = \frac{1}{x^3-|x^3|} \xrightarrow{x < 0} \frac{1}{2x^3} \rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \xrightarrow{g(x) < 0} \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$$

$$f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x \times \frac{1}{2x^3}}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \Rightarrow (f \circ g)'(x) = 1$$

سوال ۶)

$$y = -ax - 5 \quad f'(3) - f(3) = 2 \rightarrow -a + 3a + 5 = 2 \rightarrow 2a = -3 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$f(3) = -3a - 5 = \frac{9}{2} - 5 = \frac{1}{2} \quad f'(3) = -a = \frac{3}{2} \quad \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{-1}{3}$$

سوال ۷)

$$f(x) = (x[\frac{x}{2} + \frac{1}{x}])^2 + 1 \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}} \quad (f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'(g(x)) = -\frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}} \times 4x$$

$$g'(x) = \frac{-2x}{3 \sqrt[3]{(x^3-1)^2}} \rightarrow g'(\frac{3}{\sqrt{2}}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad g(\frac{3}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \quad f'(2) = \frac{-1}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} = -4$$

$$f'(x) = ((\frac{x}{2})^2 + 1)' = 2x \rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 4$$

سوال ۸)

$$f'(-1) = \frac{3}{4} \quad g(x) = f(x+1) + f(3x+6) \xrightarrow{x=-2} g'(-2) = f'(-1) + 3f'(5) = \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = 3$$

۱. دانه‌های آب = ۵

$$f'(2) = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(a-h) \cdot h f'(a-h) + f(a)}{h(a-h)} = f(a)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h) + f'(a-h) - f'(a-h)}{h(a-h)} = \frac{f'(a)}{a} + \frac{f''(a) - f'(a)}{a} = \frac{f'(a)}{a} = \frac{1}{12}$$

$$f'(x) = \sqrt{x+y} + \left(\frac{1}{y \sqrt{(x+y)^3}} \right) (x-y) \rightarrow f'(\omega) = y + \frac{1}{1y} = \frac{y\omega}{1y}$$

$y = x^2 - 4x + 5 \rightarrow y' = 2x - 4$ خط بر منتهی حاس است $y = -2x + 6$ $y' = 2x - 4 = -2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 2)$
پس با برینیم مشتق در آن نقطه ۲ می شود

سوال ۱۵)

$$4y - 3x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{خط عمود بر این خط}} y = -2x + b \rightarrow b = 5 \rightarrow y = -2x + 5$$