نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ کلاس دوازدهم ریاضی B

$$f(x)=\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

$\xrightarrow[\text{مشتق‌پذیر}]{x=1 \text{ در}} x=1 \to a+1=b \quad , \quad (a+|x|)' = (b x^{\frac{2}{3}})' \Rightarrow 1 = \frac{2}{3} b x^{-\frac{5}{3}}$ ۱

$\xRightarrow{x=1} b=\frac{3}{2} \to a=\frac{1}{2} \qquad a+b=\frac{4}{2}=\boxed{2}$

$f'(1)-2g'(1) = (f-2g)'_{(1)} = \left(\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4-2x+2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'_{(1)} = \left(\frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'_{(1)}$

$\left(-2\sqrt{3}\ \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}\right)'_{(1)} = \left(-2\sqrt{3}\ x^{-\frac{1}{6}}\right)'_{(1)} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{6} x^{-\frac{7}{6}}\right) = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ۲

پیوستگی $\begin{cases} \to ab+c \\ \to \frac{1}{a} \end{cases}$ $ab+c \underset{\text{برابر باشد}}{\overset{\text{باید}}{=}} \frac{1}{a}$

مشتق چپ و راست: $f'(x)=\begin{cases} b & x<a \\ -\frac{1}{x^2} & x\geq a \end{cases} \xrightarrow{f'_-(a)=f'_+(a)} b=-\frac{1}{a^2}$ ۳

$\xRightarrow{\text{پیوستگی}} a\left(-\frac{1}{a^2}\right)+c=\frac{1}{a} \Rightarrow c=\frac{2}{a} \longrightarrow ac=\boxed{2}$

یعنی پیوسته باشد ولی مشتق‌پذیر نباشد.

اگر $m<0 \longrightarrow f(x)=\begin{cases} b \\ b+\frac{1}{(x-a)} \end{cases}$ تعریف نشده $\to$ a در دامنه نیست پس پیوسته ×

اگر $m=0 \to f(x)\begin{cases} b \\ b+1 \end{cases} \longrightarrow$ پیوسته × گوشه ×

به ازای $m=1$ ۴

اگر $m=1 \to$ می‌تواند پیوسته باشد $\to f'(x)=\begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(a)\neq f'_+(a) \Rightarrow x=a$ گوشه

اگر $m>1 \to$ می‌تواند پیوسته باشد $\to f'(x)=\begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \to$ مشتق‌پذیر است $\to$ گوشه ×

$\left(f(g(x))\right)'_{(-\sqrt[3]{2})}$

$x=-\sqrt[3]{2} \longrightarrow g(x)=\frac{1}{2x^3}<0$ ۵

$f(g(x))=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}-\left(-\frac{1}{2x^3}\right)}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}x^3}}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x \xrightarrow{\text{مشتق}} \boxed{1}$

$f'(3) = -a \Longrightarrow -\frac{1}{5}$

$f(3) = -3a - 5 \Longrightarrow -\frac{3}{5} - \frac{25}{5} = -\frac{28}{5}$

$f'(3) - f(3) = 2 \Longrightarrow -a - (-3a - 5) = 2 \Longrightarrow 2a + 5 = 2 \Longrightarrow 2a = -3 \Longrightarrow a = -\frac{3}{2}$ ۶

$$\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-3\left(-\frac{3}{2}\right) - 5}{+\frac{3}{2}} = \frac{+\frac{9}{\cancel{2}} - \frac{10}{\cancel{2}}}{+\frac{3}{\cancel{2}}} = \boxed{-\frac{1}{3}}$$

$\left(f(g(x))\right)' = g'(x) \cdot f'(g(x))$

$g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) \Longrightarrow g'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}\right)' \Longrightarrow (x^2-1)^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}(2x) \xrightarrow{x=\frac{3}{\sqrt{8}}} -\frac{1}{3}\left(\frac{6}{2\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$

$\longrightarrow \boxed{-8\sqrt{2}}$ ۷

$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{8}}} = \boxed{2}$

$f'(2) \Longrightarrow f(x) = (4x)^2 + 1 = 16x^2 + 1 \longrightarrow f'(x) = 32x \xrightarrow{x=2} \boxed{64}$

$$\frac{\cancel{(64)}(-8\cancel{\sqrt{2}})}{-\cancel{128}\,\cancel{\sqrt{2}}} = \boxed{+4}$$

$g'(x) = f'(x+1) + f'(3x+10)$

$g'(-2) = f'(-1) + 3f'(+4) =$

چون تابع متناوب $f(x) = f(x \pm mT) \longrightarrow f'(x) = f'(x \pm mT)$, $m \in \mathbb{Z}$

$\longrightarrow f'(-1) = f'(4) \longrightarrow g'(-2) = x + 3x \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} \frac{3}{2} + 3\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{12}{2} = \boxed{6}$ ۸

$$\lim_{h\to 0} \frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} = \lim_{h\to 0} \underbrace{\frac{f(5-h) - f(5)}{h}}_{\frac{-1-0}{1} f'(5)} \times \underbrace{\lim_{h\to 0} \frac{\overset{f(5)=2}{f(5-h)} - 1}{5-h}}_{\frac{1}{5}} = -\frac{1}{5} f'(5)$$

$f(5) = 2$

$f'(x) = (1)\sqrt[3]{x+3} + \frac{1(x-4)}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \Longrightarrow ?: -\frac{1}{5} \times \frac{25}{12} = \boxed{-\frac{5}{12}}$ ۹

$4y = 2x + 1 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \longrightarrow \underset{\text{شیب}}{a} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{قرینه و عکس}} -2 \xrightarrow{\text{پس}} f'(\alpha) = -2$

$f'(\alpha) = 2x - 4 \rightarrow f'(a) = 2a - 4 = -2 \rightarrow a = 1 = x$

$\xrightarrow{x=1} y = 1 - 4 + 5 = 2$ نقطه $(1, 2)$ ۱۰