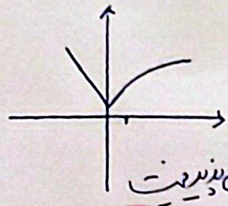
۱۴ آفرین

عرفان قاسمی - دوازدهم سه شنبه

۱)

$a+1=b$

$f(x)=\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$



فقط در ۰ مشتق ناپذیر است

مشتق ۲ ضابطه در ۱=x برابر است $\rightarrow 1 = b\times\frac{2}{3}\times \cancel{x^{-\frac{1}{3}}}$

$b=\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} a=\frac{1}{2} \rightarrow \underline{a+b=2}$

۲

۲)

$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\left(f(1)-2g(1)\right)' \rightarrow \frac{\cancel{|2x-4|}-\cancel{2|x-2|}-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = -2\sqrt{3}\times x^{\frac{3}{6}-\frac{4}{6}}$

$=\left(-2\sqrt{3}\times x^{-\frac{1}{6}}\right)' \rightarrow -2\sqrt{3}\times -\frac{1}{6}\times x^{-\frac{7}{6}} \xrightarrow{x=1} \underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

۲

۳) یعنی تابع پیوسته است و برابر این مقادیر:

$\frac{1}{a}=b\times a+c \rightarrow \frac{1}{a}=-\frac{1}{a^2}\times a+c \rightarrow c=\frac{2}{a}$

$f' \begin{cases} x<a : b \\ x\geq a : -x^{-2} \end{cases} \rightarrow b=-a^{-2}=-\frac{1}{a^2}$

$ac=\frac{2}{a}\times a=\underline{2}$

۲

۴)

$f' \begin{cases} x<a : 0 \\ x\geq a : m(x-a)^{m-1}\neq 0 \end{cases} \xrightarrow{x=a} \underline{m=1}$

۲

۵)

$\left(fog(x)\right)' \rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x|^3}-\frac{1}{x^3-|x|^3}}}\right)'$

چون در مثبت x مشتق است

$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}+\frac{1}{2x^3}}}\right)' = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}\right)' = x' = \underline{1}$

۲

۶)

$y'=-a \rightarrow f'(3)=-a \Rightarrow \frac{3}{2}$

$-3a-b=f(3) \qquad -a+\frac{3a}{3a}+b=-1$

$\hookrightarrow \frac{9}{2}-b=-\frac{1}{2} \qquad a=-\frac{3}{2} \qquad \frac{f(3)}{f'(3)}=\underline{-3}$

۱

۷)

$\left(fog\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)\right)' = f'(2) \rightarrow \left((4x)^2+1\right)' \rightarrow 32x \xrightarrow{x=2} 64$

۱,۵

$\frac{64}{-12x\sqrt{2}} = -\frac{1}{\underline{2\sqrt{3}}}$

۸)

$g'(x)=f'(x+1)+3f'(3x+b)$

$g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)=\frac{3}{2}+3\times\frac{3}{2}=\underline{6}$

۲

۹)

$\lim_{h\to 0}\frac{\left(f(a-h)-1\right)\left(f(a-h)-2\right)}{h(a-h)} \xrightarrow{hop} \lim_{h\to 0}\frac{\left(f(a-h)-1\right)\times -1}{a-h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{2(1-h)\sqrt[3]{1-h}\times -1}{a-h} = \underline{\frac{-2}{a}}$

۱,۵

۱۰)

۲

ارفاق

دقت!

$y'=2x-4$

$y=\frac{2x}{9}+\frac{1}{9} \xrightarrow{y'} \frac{1}{2}\cdot y' \xrightarrow[-2=\text{شیب}]{\text{شیب خط}} 2x-4=-2 \rightarrow x=-2$

$2x-4=-2$

$2x=2 \rightarrow x=1 \ , \ y=2 \qquad \left|\begin{matrix}-3\\26\end{matrix}\right.$

$(fog)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$ ۷

$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸} - ۱}} = ۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$

$g'(\frac{۲}{\sqrt{۸}}) = -\frac{۱}{۳}(x^۲ - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{۱}{۳} \times (\frac{۹}{۸} - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$

$= -\frac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$

$f(x), x = ۲ \rightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲ + ۱ = ۳x^۲ + ۱ \rightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$

$\frac{-۸\sqrt{۲} \times \cancel{۶۴}}{-\cancel{۱۲۸}\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$

$\lim_{h \to 0} \frac{(f(۵-h) - ۲)(f(۵-h) - ۱)}{h(۵-h)} = -f'(۵) \times \frac{(\overset{۲}{f(۵)} - ۱)}{۵}$ ۹

$f'(۵) = \sqrt[۳]{x+۳} + \frac{x-۴}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}} \rightsquigarrow -f'(۵) = -(\sqrt[۳]{۸} + \frac{۱}{۳ \times ۴}) = ۲ + \frac{۱}{۱۲} = -\frac{۲۵}{۱۲}$

$-\frac{۲۵}{۱۲} \times \frac{۲-۱}{۵} = \boxed{-\frac{۵}{۱۲}}$

تعریف مشتق در $f(۵)$ $\rightarrow \frac{f(h) - f(۵-h)}{h} = f'(۵)$