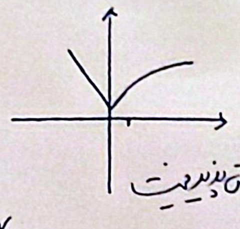
عمل ماسی - دوازدهم سه‌شنبه

1.

$a+1=b$

$f(x)=\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$



فقط در $x=0$ مشتق‌ناپذیر است

مشتق ۲ طرف در $x=1$ برابر است ← $1 = b\times\frac{2}{3}\cancel{x^{-\frac{1}{3}}}$

$b=\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{پس}} a=\frac{1}{2} \longrightarrow \underline{a+b=2}$

2.

$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\left(f(1)-2g(1)\right)' \to \frac{\cancel{|2x-4|-2|x-2|}-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = -2\sqrt{3}\times x^{\frac{3}{6}-\frac{4}{6}}$

$=\left(-2\sqrt{3}\times x^{-\frac{1}{6}}\right)'$

$\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}} \xleftarrow{x=1} -2\sqrt{3}\times -\frac{1}{6}\times x^{-\frac{7}{6}}$

3.

یعنی تابع پیوسته است و به ازای همه مقادیر:

$\frac{1}{a}=b\times a+c \to \frac{1}{a}=-\frac{1}{a^2}\times a+c \to c=\frac{2}{a}$

$f' \begin{cases} x<a: & b \\ x\geq a: & -x^{-2} \end{cases} \longrightarrow b=-a^{-2}=-\frac{1}{a^2}$

$ac=\frac{2}{a}\times a=\underline{2}$

4.

$f' \begin{cases} x<a: & 0 \\ x\geq a: & m(x-a)^{m-1}\neq 0 \end{cases} \xrightarrow{x=a} \underline{m=1}$

5.

$\left(fog(x)\right)' \to \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{x^3-|x^3|}}-\left|\frac{1}{x^3-|x^3|}\right|}}\right)'$

چون در x مثبت مشتق x حال است

$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{2x^3}}+\frac{1}{2x^3}}}\right)' = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{8x^3}}}}\right)' = x' = \underline{1}$

6.

$y'=-a \longrightarrow f'(3)=-a \Rightarrow \frac{3}{2}$

$-3a-5=f(3) \qquad -a+4a+5=2$

$\hookrightarrow \frac{9}{2}-5=-\frac{1}{2} \qquad a=-\frac{3}{2}$

$\frac{f(3)}{f'(3)}=\underline{-\frac{1}{3}}$

7.

$\left(fog\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)\right)' = f'(2) \Rightarrow \left((4x)^2+1\right)' \Rightarrow 32x \xrightarrow{x=2} 64$

$\frac{64}{-128\sqrt{2}} = \underline{-\frac{1}{2\sqrt{2}}}$

8.

$g'(x)=f'(x+1)+3f'(3x+b)$

$g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)=\frac{3}{2}+3\times\frac{3}{2}=\underline{6}$

9.

$\lim_{h\to 0}\frac{\left(f(5-h)-1\right)\left(f(5-h)-2\right)}{h(5-h)} \xrightarrow{hop} \lim_{h\to 0}\frac{\left(f(5-h)-1\right)\times -1}{5-h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{f(1-h)\sqrt[3]{8-h}\times -1}{5-h} = \underline{\frac{-2}{5}}$

10.

$y'=2x-4$

$y=\frac{2x}{4}+\frac{1}{4} \xrightarrow{y'} \frac{1}{2}=y' \xrightarrow[-1=ab]{\text{شرط عمود}} 2x-4=-2 \to x=-2$

$\left|\begin{matrix}-2\\24\end{matrix}\right.$