مهرنیا ـ ریاضی   دوازدهم ریاضی B   ۱۴٫۵   آزمون

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

① $\xrightarrow{x=1}$ $a+1=b$ $a+b=2$ ۲

$$f'(x)=\begin{cases} 1 & x<1 \\ \frac{b\,2x}{3\sqrt[3]{x^4}} & x\geq 1 \end{cases}$$

$\frac{2b}{3}=1$ $b=\frac{3}{2}$ $a=\frac{1}{2}$

---

②

$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ $g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $f'(1)-2g'(1)$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$f'(1)=\frac{-2(1)-\frac{2}{3}(2)}{1}=\frac{-10}{3}$ $g'(1)=\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{9}$ ۲

---

③

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a \end{cases}$$

$ab+c=\frac{1}{a}$, $b=\frac{-1}{a^2}$ } $c=\frac{2}{a}$, $ac=2$ ۲

---

④

$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x\geq a \end{cases}$$

← در مخرج باشد. $m-1<0$ $m<1$ ۱٫۵

---

⑤

$g'\cdot f'(g(x))=(fog)'(x)$ $g(x)=\frac{1}{2x^3}$ $x<0$ $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$ $x<0$ ۲

$fog(x)=x$ $(fog)'(x)=1$

---

⑥

$y=-ax-5$ $y'=-a$ $\left|^{3}_{3a-5}\right.$ $f(3)=-3a-5$ ۲

$-a+3a+5=2$ $a=\frac{-3}{2}$ $f'(3)=-a$ $f'(3)=\frac{3}{2}$ $\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-1}{3}$

---

⑦

$\left(fog\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right)'=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'\left(g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right)$ $\frac{(-8\sqrt{2})(64)}{-128\sqrt{2}}=(4)$

$(-8\sqrt{2})(f'(2))=(-8\sqrt{2})(64)$ ۲

---

⑧

$g(x)=f(x+1)+f(2x+10)$ $g'(-2)=f'(-1)+2f'(6)$ (۹)   ۲

$\lim_{h\to 0} \frac{(f(a-h)-2)(f(a-h)-1)}{h(a-h)} = -\frac{f'(a)}{a} = \frac{-12}{12}\times\frac{5}{a} \left(= -\frac{5}{12}\right)$ ④

$f(a)=2$

---

۵) $y = x^2 - 2x + a \quad , \quad y = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$

$y' = 2x - 2$

$2x - 2 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 2x = \frac{5}{2}$

$x = \frac{5}{4}$

$y = \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$

$\left(\frac{5}{4}, \frac{7}{8}\right)$

۳

شرط پیوستگی $\rightarrow f_+(a) = f_-(a)$

$m = 0 \rightarrow$ مشتق‌پذیر نیست ✗

$m = 1 \rightarrow f'_-(a) = 0 \;,\; f'_+(a) = 1$ ✓ $\rightarrow \boxed{m = 1}$

$m > 1 \rightarrow f'_-(a) = 0 \;,\; f'_+(a) = m(x-a)^{m-1}$ ✗ ($a-a=0$)