۱۴ آذر ۲

آیدا نامداری
دوازدهم دختران B
تکلیف ۲۲

۱

$$\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

بیوستگی $\leftarrow$ $a+1=b$

مشتق

$a+x^{\frac{1}{2}}$ $\quad \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ $\quad \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{x}}$

$b\times x^{\frac{2}{3}}$ $\quad b\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$ $\quad \frac{2}{3}\times\frac{1}{x}^{\frac{1}{3}}$ $\quad \frac{2}{3}\times\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\times b$ $\quad \frac{2b}{3}\neq\frac{1}{2}$

$b\neq\frac{3}{4}$

۱٫۵

۲

$\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\quad \frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\quad f'\rightarrow \dfrac{(-2\times\sqrt[3]{x^2})-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}\times(-2x+4)}{(\sqrt[3]{x^2})^2}$

$f'(1)\ -2-\frac{4}{3}=\frac{-10}{3}$

$g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\quad \dfrac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$|x-2|$ $\quad \dfrac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})\times\sqrt[3]{x^2}-(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}\times 2x)(-x+2+\sqrt{3x})}{(\sqrt[3]{x^2})^2}$

$\cancel{-1}+\frac{3}{2\sqrt{3}}+\cancel{\frac{2}{3}}-\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\quad -\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

$-\frac{2}{3}-\frac{2}{3}$

$\frac{3}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\quad \frac{3\sqrt{3}}{6}-\frac{4\sqrt{3}}{6}$

۱٫۲۵

$f'(1)-2g'(1)$ $\quad -\frac{10}{3}-\frac{3\sqrt{3}}{3}+\frac{4\sqrt{3}}{3}\longrightarrow\frac{-10+\sqrt{3}}{3}$

۳.

$$\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$$

$b = \frac{-1}{x^{2}}$

$b = \frac{-1}{a^{2}}$ $\quad ba^{2} = -1$

۲

پیوسته بودن $\quad ab + c = \frac{1}{a}$

$\underbrace{a^{2}b}_{-1} + ac = 1$ $\quad \boxed{ac = 2}$

۴

به ازای مقادیر مثبت m ← مشتق چپ داشته هردو برابر صفر می شود
m نمی تواند صفر هم باشد

$$f(x) = \begin{cases} b & x<a \\ b + (x-a)^{m} & x \geq a \end{cases}$$

$\boxed{\text{پس هیچ مقدار } m}$

۱٫۷۵

$m(x-a)^{m-1} \neq 0 \quad (x-a)^{m-1} \neq 0$

$m \neq 0$

۵

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x - |x|}} \qquad g(x) = \frac{1}{x^{3} - |x^{3}|}$

$g'(-\sqrt[3]{2})\, f'(g(-\sqrt[3]{2})) \quad (fog)'$

۲

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^{3}-|x^{3}|} - \left|\frac{1}{x^{3}-|x^{3}|}\right|}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}x^{3}}}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \rightarrow \boxed{(fog)' = 1}$$

$\frac{1}{2x^{3}}$

$\frac{1}{2x^{3}} + \frac{1}{2x^{3}}$

۶

۲

$-a$

$f'(3) - f(3) = 2$

$-a - (-3a - 5) = 2$

$-a + 3a + 5 = 2$

$+2a = -3 \qquad a = -\frac{3}{2}$

$\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$

f

3

$-3a - 5$

$\frac{9}{2} - \frac{10}{2}$

$-\frac{?}{2} - 5 \qquad -3\alpha - \frac{3}{2} \quad -5$

Scanned with CamScanner

۷

$f(x) = \left(x\,[x^۲ + \frac{۱}{۲}]\right)^۲ + ۱$

$g(x) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲ - ۱}}$ $(fog)'\ \frac{۳}{\sqrt{۸}}$ $f'(\cancel{g(\frac{۳}{\sqrt{۸}})}) \times g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}})$ ۲

$\frac{۹}{۸} + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۳}{۸}$

$g'(x) = -\frac{۱}{۳}(۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x\ \frac{۳}{\sqrt{۸}}$ $-\frac{۱۶}{\cancel{۳}} \times ۲ \times \frac{\cancel{۳}}{\sqrt{۸}} = \frac{-۳۲}{\sqrt{۸}} = -\frac{۲۵}{\sqrt{۸}}$

$x^۲ - ۱ = \frac{۹}{۸} - \frac{۸}{۸} = \frac{۱}{۸}$ $\frac{۳۲ \times ۲ \times -۴}{\sqrt{۸} \times -۱۲۸\sqrt{۲}}$ ۵ $= \frac{۲^۳}{۴} = ۴$ ۲

$f'(۲)\ ۱۶x^۲ + ۱$ $۳۲x$

۸

$f'(-۱) = \frac{۳}{۲}$ $-۱ + ۵ = ۴$

$g(x) = f(x+۱) + f(۳x+۱۰)$

$g'(x) = f'(x+۱) + f'(۳x+۱۰) \times ۳$

$f'(-۱) + f'(۴) \times ۳$

$\frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۲} \times ۳ = \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲} = \frac{۱۲}{۲}$ ۶

۲

۹

$f(x) = (x-۴)\sqrt[۳]{x+۳}$ ۱×۲ $f(۵) = ۲$

hop $\frac{-۲f(۵-h) \times f'(۵-h) + ۳f(۵-h)}{۵ - ۳h}$ $\frac{-۲f(۵) \times f'(۵) + ۳f(۵)}{۵}$

$f' = ۱ \times \sqrt[۳]{x+۳} + \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}}$ $\frac{-۲ \times ۲ \times \frac{۲۵}{۱۲} + ۳ \times \frac{۲۵}{۱۲}}{۵}$ ۲

$-\frac{۱۲۵}{۴} + ۳ \times \frac{۲۵}{۱۲}$ $\frac{-\frac{۲۵}{۱۲}}{۵} = -\frac{۵}{۱۲}$

۲

$۴y = ۳x + ۱$ $y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}$

۱۰

شیب خط مماس -۲ $۲x - ۴ = -۲$ $۲x = ۲$ $x = ۱$ $|\frac{۱}{۲}$

Scanned with CamScanner

۱

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \rightsquigarrow \boxed{a+1=b} \qquad f(x) = \begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = f'_-(1) \rightsquigarrow b\times \frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} = 1 \to b\times\frac{2}{3} = 1 \to \boxed{b=\frac{3}{2}}$$

$$a = b-1 \to a = \frac{1}{2} \rightsquigarrow a+b = \frac{4}{2} = \boxed{2}$$

بخاطر |x| تنها نقطه‌ای مشتق ناپذیر در x=0 است (نقطه‌ی گوشه‌ای) پس در 1 مشتق‌پذیر است.

۲

$$f(x) = \frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \to f'(1) = \frac{-2(\sqrt[3]{1}) - \frac{2}{3}(1)^{-\frac{1}{3}}(4-2)}{\sqrt[3]{1}} = -\frac{10}{3}$$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \to g'(1) = \frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)(1) - \frac{2}{3\sqrt[3]{1}}(1+\sqrt{3})}{\sqrt[3]{1^4}}$$

$$g'(1) = -1 + \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{2}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = -\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = -\frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{6} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

۳

نقطه‌ی گوشه‌ای $\to f_+(a) = f_-(a)$

$m=0 \to$ مشتق هر دو ضابطه ۰ است ✗

$m=1 \to f'_-(a) = 0 \ , \ f'_+(a) = 1$ ✓ $\to \boxed{m=1}$

$\geq 2 \to f'_-(a) = 0 \ , \ f'_+(a) = m(\underbrace{x-a}_{a-a=0})^{m-1}$ ✗