Date: Sub: تکه ماب

$$f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \quad -2$$

$f'(1) \rightarrow 2(1)-4 = -2 \longrightarrow$ قدرمطلق باید منفی برداشته شود

$$f(x) = \frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow f'(x) = \frac{(-2)(\sqrt[3]{x^2}) - (\frac{2}{3\sqrt[3]{x}})(4-2x)}{(\sqrt[3]{x^2})^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sqrt[3]{x^2} - \frac{2(4-2x)}{3\sqrt[3]{x}}}{x\sqrt[3]{x}} \longrightarrow f'(1) = \frac{-2-\frac{4}{3}}{1}$$

$$\longrightarrow f'(1) = \frac{-10}{3}$$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1 \text{ به ازای}} g(x) = \frac{(2-x)+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

قدرمطلق باید منفی برداشته شود

$$g'(x) = \frac{(-1 + \frac{3}{2\sqrt{3x}})(\sqrt[3]{x^2}) - (\frac{2}{3\sqrt[3]{x}})((2-x) + \sqrt{3x})}{(\sqrt[3]{x^2})^2}$$

$$g'(1) = \frac{(\frac{3}{2\sqrt{3}} - 1)(1) - (\frac{2}{3})(\sqrt{3})}{1}$$

$$g'(1) = \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{9-12}{6\sqrt{3}} = \frac{-3}{6\sqrt{3}} = \frac{-1}{2\sqrt{3}}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = \frac{-10}{3} - (\cancel{2})(\frac{-1}{\cancel{2}\sqrt{3}})$$

$$= \frac{-10}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-10\sqrt{3}+3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-10}{3}$$ جواب

Date: Sub:

تمرینات

۴-

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a \end{cases}$$

$\longrightarrow b(a)+c=\frac{1}{a} \longrightarrow \boxed{ab=\frac{1}{a}-c}$ I

$\longrightarrow f(x)=bx+c \longrightarrow f'(x)=b$

$\longrightarrow f(x)=\frac{1}{x} \longrightarrow f'(x)=\frac{-1}{x^2} \xrightarrow{x=a} f'(x)=\frac{-1}{a^2}$

$\longrightarrow b=\frac{-1}{a^2} \longrightarrow \boxed{a^2b=-1}$ II

I, II $\longrightarrow (ab)(a)=-1 \longrightarrow a(\frac{1}{a}-c)=-1$

$\longrightarrow 1-ac=-1 \longrightarrow \boxed{ac=2}$ جواب

۵-

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \qquad g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|}$$

$\longrightarrow f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \quad (x<0) \qquad g(x)=\frac{1}{2x^3} \quad (x>0)$

$g'(-\sqrt[3]{2})\, f'(g(-\sqrt[3]{2})) = \left(f(g(-\sqrt[3]{2}))\right)'$

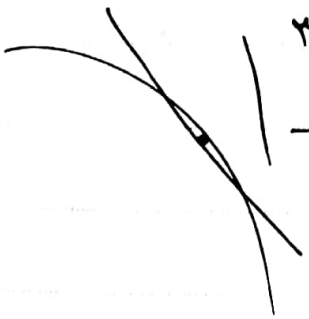
Date: Sub: تمرینات

$$f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2x^3}\right)}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}} = x$$

$$\longrightarrow f'(g(x)) = \boxed{1} \quad \text{جواب}$$

---

۶ -



$$y = -ax - ۵$$

$$f'(۳) - f(۳) = ۲$$

برنمودار $f(x)$ مماس است. (در $x=۳$)

$$f'(۳) = -a$$ (شیب خط مماس در $x=۳$)

$$f(۳) = -۳a - ۵$$ نقطه $x=۳$

$$f'(۳) - f(۳) = ۲ \longrightarrow -a - (-۳a - ۵) = ۲$$

$$۲a = -۳$$

$$a = \frac{-۳}{۲}$$

$$\frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{-۳a-۵}{-a} = \frac{\frac{۹}{۲}-۵}{\frac{۳}{۲}} = \frac{\frac{-۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \boxed{\frac{-۱}{۳}}$$

جواب

---

۷ - $f(x) = \left(x\left[x^۲ + \frac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱ \qquad g(x) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}$

$$(f \circ g(x))' = g'(x) \times f'(g(x))$$

$$g'(x) = \frac{۰ - \frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}}}{\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}} = \frac{-۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۴}}$$

Date: Sub:

$$g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = \frac{-۲\times\frac{۳}{\sqrt{۸}}}{۳\sqrt[۳]{\left(\frac{۹}{۸}-۱\right)^{۲}}} = \frac{-۱۲}{\sqrt{۲}} = -۸\sqrt{۲}$$

$$g\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}} = ۲$$

$$f(x) = ۱۲x^{۲}+۱ \longrightarrow f'(x) = ۲۴x \longrightarrow f'(۲) = ۴۸$$

$$(fog')\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = -۸\sqrt{۲}\times ۴۸ = (-۱۲۸\sqrt{۲})$$

حواب گزینه ۴ درست است.

۸- $g(x) = f(x+۱) + f(۳x+۱۰)$ $\quad f'(-۱) = \frac{۳}{۲}$

$$g'(x) = f'(x+۱) + ۳f'(۳x+۱۰)$$

حواب گزینه ۴

$$g(-۲) = f'(-۱) + ۳f'(۴) = \frac{۳}{۲} + ۳\left(\frac{۳}{۲}\right) = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

چون $T=۵$ $\longleftarrow$ $f'(-۱) = f'(۴) = \frac{۳}{۲}$

۹- $f(x) = (x-۴)\sqrt[۳]{x+۳}$

$$\lim_{h\to۰} \frac{f^{۲}(۵-h) - ۲f(۵-h) + ۲}{h(۵-h)} \xrightarrow{\text{HoP}}$$

$$\lim_{h\to۰} \frac{-۲f(۵-h)f'(۵-h) + ۲f'(۵-h)}{۵-۲h}$$

Date: Sub:

تکمیلی

$$\rightarrow \lim \frac{-2f'(5)f(5)+3f'(5)}{5} = \frac{(-2)(2)\left(\frac{25}{12}\right)+3\left(\frac{25}{12}\right)}{5}$$

$$= \frac{\frac{-25}{3}+\frac{25}{4}}{5} = \boxed{\frac{-5}{12}} \quad \text{جواب}$$

$$f(5) = (5-4)\left(\sqrt[3]{5+3}\right) = 2$$

$$f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}\right)(x-4) \rightarrow f'(5) = \frac{25}{12}$$

$$y = x^2 - 4x + 5 \longrightarrow y' = 2x - 4 \quad -10$$

$$6y - 3x = 1 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6} \longrightarrow \text{شیب خط مماس و عمود} \quad (m' = -2)$$

$$y' = 2x - 4 = -2 \longrightarrow \boxed{x = 1}$$

در نقطه $\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$ خط مماس بر منحنی در نقطه $6y - 3x = 1$ عمود است ✓