نام و نام خانوادگی ......آردینا جعفری...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۲.. کلاس .....۱۲B.........

۱۹٫۵ آفرین

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & ; x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1\end{cases}$$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$

$a+1=b=b$

$\Rightarrow b-a=1$

$\boxed{a+b=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2}$

فقط در نقطه ۰ مشتق ندارد

$f'_+(1)=f'_-(1) \Rightarrow \frac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\frac{2bx}{3\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow 1=\frac{2b}{3} \Rightarrow b=\frac{3}{2} \quad a=\frac{1}{2}$

۲

۲

$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \quad g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{3}x^{-\frac{7}{6}}=\frac{\sqrt{2}}{3}(1)=\frac{\sqrt{2}}{3}}$

$(f(x)-2g(x))'=f'(x)-2g'(x) \Rightarrow \left(\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}-\frac{2(|x-2|+\sqrt{2x})}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'$

$=\left(-\frac{2\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)'=\left(-\frac{2\sqrt{2}x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}\right)'=(-2\sqrt{2}x^{-\frac{1}{6}})'=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{3}x^{-\frac{7}{6}}=\frac{\sqrt{2}}{3}}$

۲

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a\end{cases}$$

$\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)$

$ba+c=\frac{1}{a} \Rightarrow ba^2+ca=1$

$f'_-(a)=f'_+(a) \Rightarrow b=-\frac{1}{a^2} \Rightarrow ba^2=-1$

$\Rightarrow \boxed{ca=2}$

۲

۴

$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a\end{cases}$$

$(a,b)$

زاویه‌دار

$f'_+(a)\neq f'_-(a)$

$f'_+(a)=\frac{(x-a)^m}{x-a}\neq 0$

مقادیر نامنفی m کمتر از ۱ به ازای

$m<1$ ، مشتق $\infty =$

تابع به سمت بی‌نهایت میل می‌کند

$m(x-a)^{m-1}\neq 0$

$\Rightarrow m\neq 0$ چون مشتق چپ همیشه صفر می‌شود

$m=1$ مشتق راست تابع برابر ۱ و نقطه گوشه‌ای است

به ازای مقادیر $m>1$ مشتق چپ و راست هر دو برابر صفر می‌شوند بنابراین تنها به ازای مقدار صحیح ۱ گوشه‌ای است

۲

۵

$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \quad g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|} \quad g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$

$(f\circ g)'(-\sqrt[3]{2})$

$f\circ g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x^3|}-\left|\frac{1}{x^3-|x^3|}\right|}} \overset{x<0}{=} \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3}+\frac{1}{2x^3}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}=x$

$(f\circ g)'(-\sqrt[3]{2})=1$

۲

| | |
|---|---|
| $y=-۹x-۵$ <br> $f'(۳)-f(۳)=۲$ <br> $f(۳)=-۳a-۵$ $\quad -۹-(-۳a-۵)=۲a+۵=۲ \Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}$ <br> $f'(۳)=-۹$ <br> $\frac{f(۳)}{f'(۳)}=\frac{-۳(-\frac{۳}{۲})-۵}{+\frac{۳}{۲}}=\frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}}=\boxed{-\frac{۱}{۳}}$ <br> ۲ | ۶ |
| $\boxed{-۱}$ $\quad (fog)'=g'f'og=g'(\frac{\sqrt{۳}}{۸})f'(۲)=۶۴\sqrt{۸}=۱۲۸\sqrt{۲}$, <br> اگر براکت عدد غیر صحیح می‌شود و می‌دانیم مشتق در این نقاط صفر است <br> ۱/۵ <br> $g'(x)=\frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}}=\frac{\frac{۲\times۳}{\sqrt{۸}}}{۳(\frac{۱}{۴})}=\sqrt{۸}$ <br> $f'(x)=۲([x^۲+\frac{۱}{۲}]+[x^۲+\frac{۱}{۴}])$ <br> $(x[x^۲+\frac{۱}{۲}])$ <br> $g(\frac{\sqrt{۳}}{۸})=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}}=۲$ <br> $\frac{۱۲۸\sqrt{۲}}{-۱۲۸\sqrt{۲}}=-۱$ $\quad f'(۲)=۲(۴)(۲)(۴)=۶۴$ | ۷ |
| $g(x)=f(x+۱)+f(۳x+۱۰)$ <br> $\Rightarrow g'(x)=f'(x+۱)+۳f'(۳x+۱۰)$ <br> $\Rightarrow g'(-۲)=f'(-۱)+۳f'(۴)$ <br> $g'(-۲)=۴f'(-۱)=۴(\frac{۳}{۲})=\boxed{۶}$ <br> $\forall x; f(x)=f(x+T)$ <br> $\Rightarrow f'(x)=f'(x+T)$ <br> $\Rightarrow f'($[illegible]$)=f'(-۱+۵) \Rightarrow f'(-۱)=f'(۴)$ <br> ۲ | ۸ |
| $\lim_{h\to ۰}\frac{f^۲(۵-h)-۳f(۵-h)+۲}{h(۵-h)} \overset{Hop}{=} \lim_{h\to ۰}\frac{-۲f'(۵-h)f(۵-h)+۳f'(۵-h)}{۵-h-h}$ <br> $=\frac{-۲f'(۵)f(۵)+۳f'(۵)}{۵}=-\frac{۲۵}{۱۲\times۵}$ <br> $f(x)=(x-۴)\sqrt[۳]{x+۳} \Rightarrow f(۵)=۲$ <br> $=\boxed{-\frac{۵}{۱۲}}$ <br> $\Rightarrow f'(x)=\sqrt[۳]{x+۳}+\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}} \Rightarrow f'(۵)=\frac{۲۵}{۱۲}$ <br> ۲ | ۹ |
| $y=\frac{x}{۲}+\frac{۱}{۴}$ <br> $m=\frac{۱}{۲}$ عمود $\Rightarrow m'=-۲$ <br> $y'=۲x-۴=-۲\Rightarrow x=۱$ <br> $y(۱)=۱-۴+۵=۲$ $\quad (۱,۲)$ <br> ۲ <br> ۱ | ۱۰ |

$$(fog)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$$

$$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}} = ۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$$

$$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{۱}{۳}(x^۲-۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{۱}{۳} \times (\frac{۹}{۸}-۱)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$= -\frac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x=۲ \rightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲+۱ = ۳x^۲+۱ \rightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲} \times ۶\cancel{۴}}{-۱\underset{۲}{\cancel{۲}}۸\sqrt{۲}} = ۴$$